**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені
ДМИТРА МОТОРНОГО**

**О.В. ІВЖЕНКО, І.В. ПИХТЄЄВА,
Є.А. ГАВРИЛЕНКО, О.Є. МАЦУЛЕВИЧ**

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА КРЕСЛЕННЯ

Навчально-методичний посібник
для здобувачів вищої освіти закладів вищої
освіти

Мелітополь
ПП Верескун, друкарня "Люкс"
2020

УДК 514.182
Н 28

Рекомендовано

до друку вченою радою механіко-технологічного факультету Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного як навчально-методичний посібник для здобувачів ступеня вищої освіти

Протокол № 2 від 13 жовтня 2020 року

Авторський колектив: ІВЖЕНКО О.В., ПИХТЄЄВА І.В., ГАВРИЛЕНКО Є.А., МАЦУЛЕВИЧ О.Є., ЩЕРБИНА В.М.,. ХОЛОДНЯК Ю.В, БОНДАРЕНКО Л.Ю., МИХАЙЛЕНКО О.Ю.

Рецензенти: **О.Г.Караєв** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри "Сільськогосподарські машини" Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного;

В.М. Верещага – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри "Математика та фізика" Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького.

Івженко О.В.

Н 28 Нарисна геометрія та креслення. Навчально–методичний посібник /Укладачі: О.В. Івженко, І.В. Пихтєєва, Є.А. Гавриленко та інші. Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного. – Мелітополь: ТДАТУ. 2020. –217 с.

Зміст видання відповідає освітньо-професійній програмі підготовки бакалаврів зі спеціальностей 131 "Прикладна механіка" та 133 "Галузеве машинобудування".

У навчальному посібнику розглядаються загальні питання теорії зображень і утворення комплексного креслення, методи перетворення комплексного креслення та способи зображення предметів на креслениках.

Призначений для самостійної підготовки здобувачів вищої освіти до лабораторних та практичних занять з курсу "Нарисна геометрія\ та креслення".

УДК 514.182

ЗМІСТ

ВСТУП

Предметом нарисної геометрії, як і геометрії взагалі, є просторові форми та їх відношення. Відміна нарисної геометрії від геометрії в цілому полягає в особливості її метода, що грунтується на операціх проекціювання. Метод нарисної геометрії насамперед - графічний, і в цьому полягає його наочність. Нарисна геометрія може розглядатися як теоретична основа побудови графічних креслень, що є повними графічними моделями конкретних інженерних виробів. Ви будете вивчати нарисну геометрію на протязі першого семестру. При вивченні нарисної геометрії передбачаються: лекції, самостійна робота, робота з підручниками та навчальними посібниками, практичні заняття, виконання лабораторних завдань (епюрів), консультації з викладачами. Заключним станом є співбесіда по домашніх завданнях, епюрах, на якій з'ясовується самостійність їх виконання.

Автоматизація сучасного виробництва докорінно змінює не лише характер трудової діяльності людини, а й відповідні вимоги до її технічної підготовленості, які нерозривно пов'язані з уміннями й навичками вільного читання та виконання графічних документів, наявністю сформованої графічної культури. Навчально-методичний посібник має на меті дати достатній і різноманітний матеріал для аудиторних та індивідуальних занять і цим сприяти засвоєнню теоретичних основ нарисної геометрії, переосмисленню значення графічної інформації (як мови ділового спілкування в галузі науки і техніки). Щоб активізувати самостійну роботу студентів, подаються приклади розв'язування характерних задач, а також запитання і завдання для самоперевірки.

1 ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ

1.1 Поняття про стандарти

Стандартизація є важливим засобом підвищення якості машин, обладнання, приладів, апаратів. Основний показник якості – надійність і довговічність виробів. Технічне креслення є засобом відтворення на креслениках виробів виробництва. З розвитком виробничих сил суспільства кресленики змінюються і удосконалюються. Таким чином, удосконалення креслеників є відтворенням процесу промислового розвитку. Ці удосконалення відбуваються шляхом відходу від дійсного зображення виробу в сторону спрощення кресленика, введенням багатьох умовностей.

З метою отримання однообразних креслеників у 1928 році були затверджені перші загальнодержавні стандарти на креслення. З розвитком науки і техніки стандарти постійно переглядаються, доповнюються новими і в 1968 році Комітетом стандартів, мір і вимірювальних приладів при Раді Міністрів СРСР були затверджені під загальною назвою Єдина система конструкторської документації (ЄСКД).

Всі стандарти ЄСКД розподілені по групам:

група 0 - загальні положення;

група 1 - основні положення;

група 2 - класифікація і позначення виробів в конструктор ських документах;

група 3 – загальні правила виконання креслеників, тощо.

Всі стандарти ЄСКД мають позначення за наступною структурою: “ГОСТ 1.XXX-XX”, де:

1– номер, який присвоєно всім стандартам ЄСКД;

ХХХ – номер групи стандартів за їх класифікацією;

ХХ – два останніх знаки – рік затвердження стандарту.

Після розвалу СРСР Україна розробляє нові стандарти, які позначаються як Державні стандарти України (ДСТУ).

Державні стандарти узаконені і тому при виконанні креслеників їх використання обов’язкове.

1.2 Формати креслень. Основний напис

Формати креслярських аркушів вибирають в залежності від габаритних розмірів креслення. Розміри форматів визначаються розмірами зовнішньої рамки креслення, а внутрішню проводять, як показано на рисунку 1.1. Згідно з ГОСТ 2.301-68* регламентуються 5 основних форматів: А0, А1, А2, А3, А4, розміри сторін яких надано в таблиці 1.1. При необхідності допускається користування форматом А5 зі сторонами 148 х 210 мм.

Таблиця 1.1 - Розміри сторін форматів креслярських аркушів

Позначення формату	Розміри сторін формату, мм.
А0	841 х 1189
А1	594 х 841
А2	420 х 594
А3	297 х 420
А4	210 х 297
А5	148 х 210

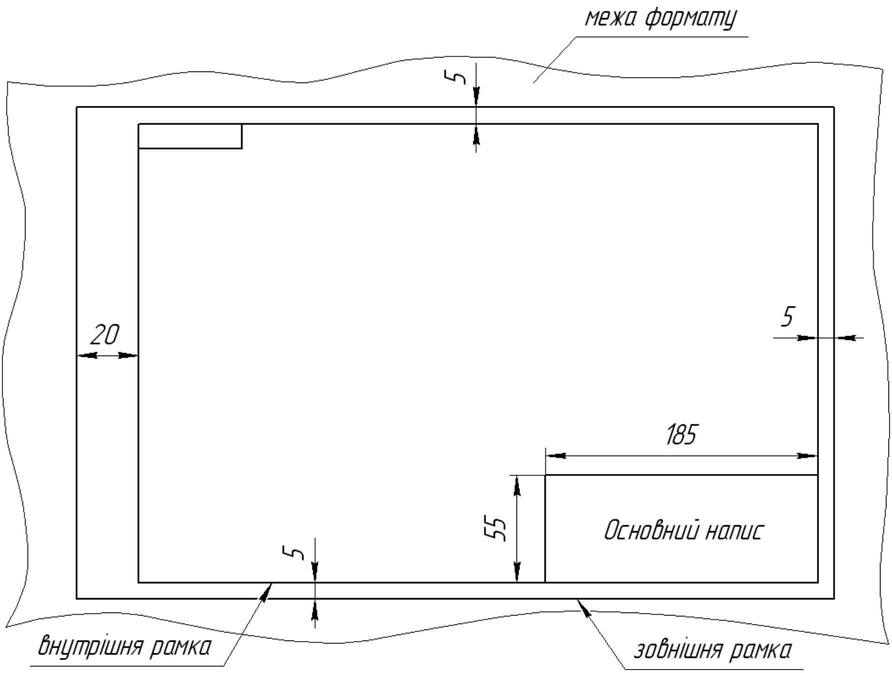


Рисунок 1.1 - Розташування внутрішньої рамки формату

Площа формату А0 (841 х 1189) дорівнює одному квадратному метру. Інші основні формати можуть бути одержані послідовним діленням формату А0 на дві рівні частини паралельно коротшій стороні відповідного формату.

Крім п'яти основних форматів дозволяється використовувати додаткові, що утворюються кратним збільшенням короткої сторони основного формату (таблиця 1.2).

Позначення додаткового формату складається з позначення основного формату та числа, що показує кратність збільшення, наприклад: А1 х 2, А3 х 5.

Таблиця 1.2 - Основні і додаткові формати

Кратність	Основні формати				
	А0	А1	А2	А3	А4
2	1189 х 1682				
3	1198 х 2523	841 х 1783	594 х 1261	420 х 891	297 х 630
4		841 х 2378	594 х 1682	420 х 1189	297 х 841
5			594 х 2102	420 х 1486	297 х 1051
6				420 х 1783	297 х 1261
7				420 х 2080	297 х 1471
8					297 х 1682
9					297 х 1892

Поле креслення обмежується рамкою товщиною лінії не менше 0,7 мм на відстані 20 мм лівої межі аркуша (поле для підшивки) та на відстані 5 мм від інших сторін зовнішньої рамки (рисунок 1.1).

В правому нижньому куті незалежно від розмірів сторін поля креслення розміщується основний напис за ГОСТ 1.104-68* (рисунок1.) за винятком формату А4, де він розміщується тільки вздовж сторони 210 мм.

ГОСТ 1.104-68* встановлює такі форми основних написів:

Форма 1 (185 х 55)- застосовується для першого листа креслень всіх видів, та схем (рисунки 1.2-1.4).

В графах основного напису вказують такі дані:

У графі 1 - найменування виробу у відповідності до ГОСТ 1.109-73*, а також найменування документа, якщо йому присвоєно код.

У графі 2 - позначення документа за ГОСТ 1.01-80.

У графі 3 - позначення матеріалу деталі (тільки для креслень деталей).

У графі 4 - літеру, надану даному документу за ГОСТ 1.103-68*.

У графі 5 - масу виробу за ГОСТ 1.109-73*.

У графі 6 - масштаб виробу за ГОСТ 1.302-68*.

У графі 7 - порядковий номер аркуша (якщо аркуш один - графу не заповнюють).

У графі 8 - загальну кількість аркушів документа.

У графі 9 - індекс підприємства, яке випустило дане креслення.

У графі 10- характер роботи, що виконується особою, яка підписує документ.

У графі 11 - прізвища осіб, які підписують документ.

У графі 12 - підписи осіб, прізвища яких занесені у графу 11.

У графі 13 - дату підписання документу.

У графах 14-18 - дані з граф таблиці змін, які заповнюють у відповідності з вимогами ГОСТ 1.503-74*.

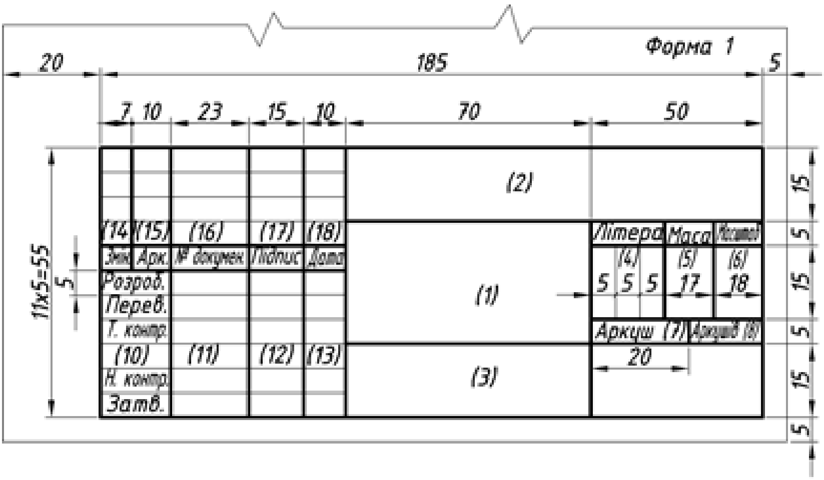


Рисунок 1.2 - форма основного напису для першого листа креслеників всіх видів, та схем

Форма 2 (185х40) - застосовується для першого (заглавного) аркуша текстових документів (рисунок 1.3).

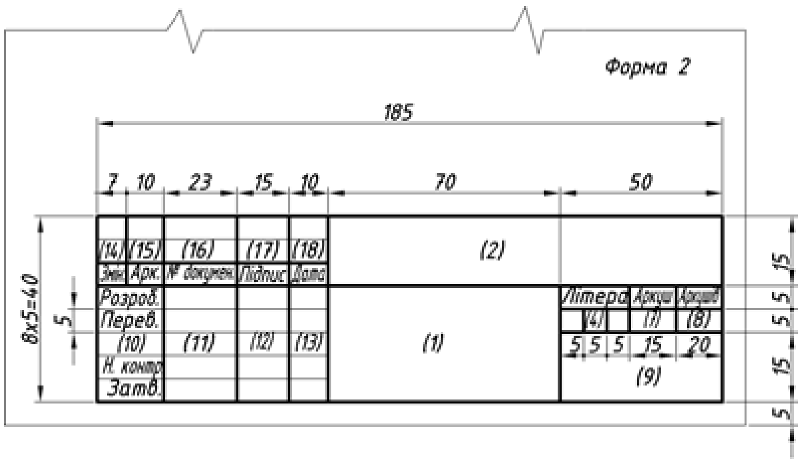


Рисунок 1.3 - Форма основного напису для першого (заглавного) аркуша текстових документів

Форма 2а (185х15) - застосовується для другого і наступних аркушів текстових документів (рисунок 1.4).

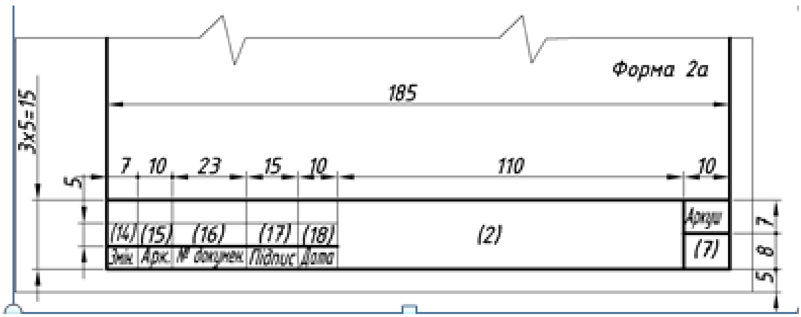


Рисунок 1.4 - Форма основного напису для другого і наступнгих аркушів текстових документів

Для геометричного та проекційного креслення основний напис можна заповнювати спрощено, для інших креслень всі графи основного напису повинні бути заповнені відповідно ГОСТ 1.104-68*.

Крім того, для цих креслень обов’язкова додаткова графа розміром 70 х 14 мм в лівому верхньому куті, де записують (повернутим на 180 відносно вниз основного напису) позначення конструкторського документу (графа 2 основного напису).

1.3 Лінії креслення

ГОСТ 1.303-68* регламентує різні типи ліній, що використовуються при побудові креслеників. В таблиці 1.3. наведені типи ліній, їх найменування, вигляд та розміри конструктивних елементів ліній, товщина по відношенню до суцільної товстої лінії та основне призначення (рисунок 1.4).

Товщина всіх ліній на одному рисунку залежить від товщини S лінії видимого контуру, що вибирається в інтервалі S=0,5...1,4 мм залежно від розмірів, складності та призначення рисунку, розмірів формату. Вибрані товщини ліній повинні бути однаковими для всіх зображень на даному кресленику. Штрихи штрихових та штрихпунктирних ліній повинні мати однакову довжину. Відстані між штрихами теж повинні бути однаковими. Штрихпунктирні лінії повинні закінчуватися штрихами. Центр кола позначають перетином штрихів. Для кола діаметром менше 12 мм центрові штрихпунктирні лінії заміняються суцільними тонкими лініями.

Таблиця 1.3 - Лінії креслення

Найменування	Напис	Товщина лінії	Основне призначення
Суцільна товста основна		S	Лінії видимого контуру. Лінії переходу (видимі). Лінії контуру перерізу.
Суцільна тонка		Від S/2 до S/3	Лінії контуру накладеного перерізу. Лінії розмірні та виносні. Лінії штриховки, виноски, полички ліній-виносок.
Суцільна хвиляста		Від S/2 до S/3	Лінії обриву. Лінії розмежування вигляду та розрізу
Штрихова		Від S/2 до S/3	Лінії невидимого контуру. Лінії переходу (невидимі)
Штрих-пунктирна тонка		Від S/2 до S/3	Лінії осьові та центрові. Лінії перерізів, що с осями симетрії для накладених або винесених перерізів.
Штрих-пунктирна потовщена		Від S/2 до S2/3	Лінії, що позначають поверхні, які підлягають термообробці.
Розімкнена		Від S до S 3/2	Лінії перерізів.
Суцільна тонка зі зломами		Від S/2 до S/3	Довгі лінії обриву
Штрих-пунктирна з двома точками		Від S/2 до S/3	Лінії згину на розгортках. Лінії для зображення проміжних виробів або їхніх частин.

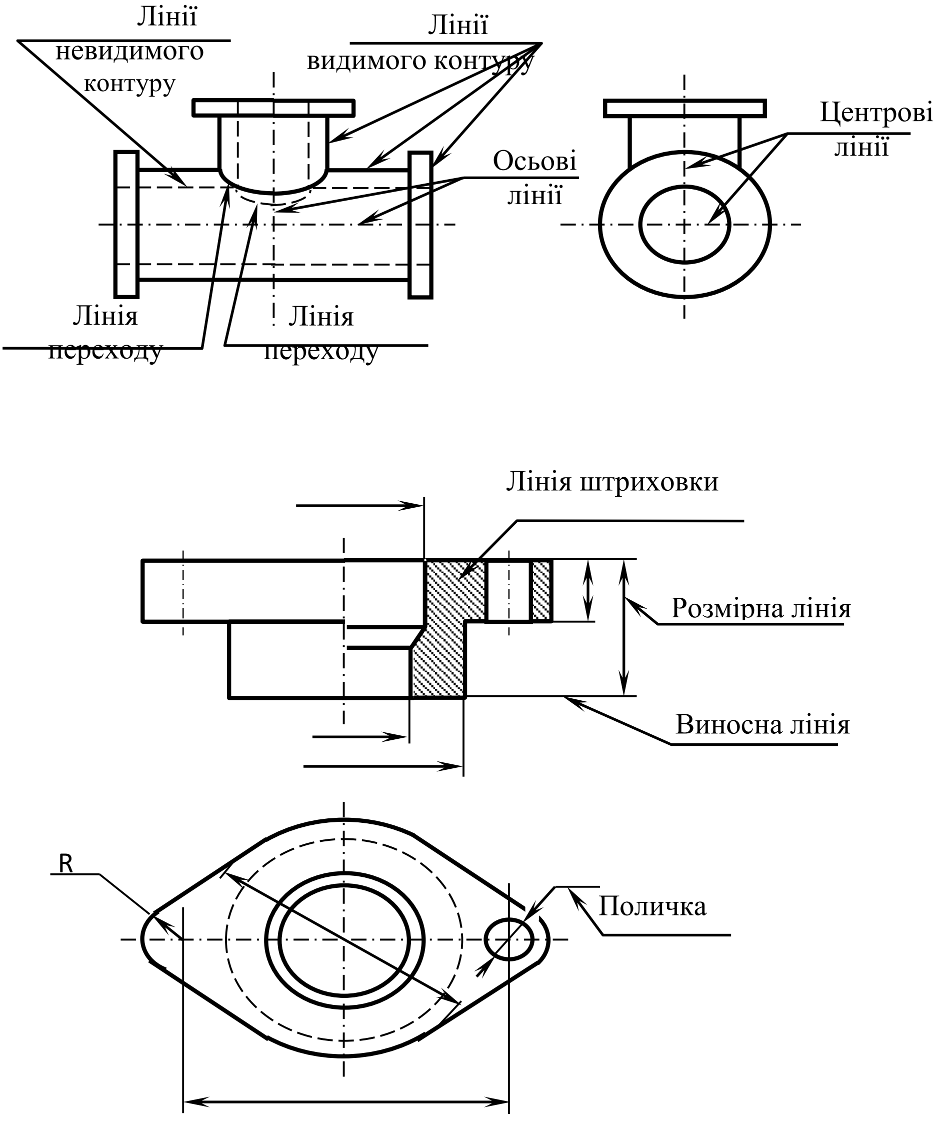


Рисунок 1.4 - Приклади застосування різних типів ліній при виконанні різноманітних креслеників

1.4 Масштаби

Масштабом називається відношення лінійних розмірів зображення предмета до відповідних розмірів самого предмета.

Перевагу віддають зображенню предмета в натуральну величину, тобто у масштабі 1:1. При необхідності зменшення або збільшення зображення ГОСТ 1.302-68* рекомендує

масштаби зменшення - 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000;

масштаби збільшення - 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1.

При проектуванні генеральних планів крупних об'єктів дозволяється застосовувати масштаби 1:2000; 1:5000; 1:10000.

В необхідних випадках допускається застосовувати масштаби збільшення (100n):1, де n - ціле число.

Масштаб на рисунку позначається в призначеній для цього графі основного напису по типу 1:1; 1:2; 2:1 та ін., в інших випадках - по типу (1:1); (1:2); (2:1) та ін.

Якщо окреме зображення виконано в масштабі, що відрізняється від масштабу всього креслення, то масштаб позначається безпосередньо біля напису, що стосується цього зображення, наприклад, А(5:1), Б-Б(1:2).

На табличних, "німих" та інших подібних кресленнях масштаб в графі основного напису не відмічають.

1.5 Шрифти креслярські

На кресленнях всі написи виконуються шрифтами, що регламентуються ГОСТ 1.304-81.

У стандарті даються основні розміри та конструкція букв. Висота h великих букв називається розміром шрифту. Установлені такі розміри шрифту: (1.8); 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40. Використання шрифту 1.8 не рекомендується.

Для зручності вивчення форми букв та цифр шрифти виконуються на допоміжній сітці (рисунок 1.4). Крок d сітки залежить від типу шрифту та його розміру.

Установлені наступні типи шрифту:

- тип А без нахилу з товщиною d лінії шрифту, що дорівнює 1/14 висоти h великих букв з основними параметрами, приведеними в таблиці 1.4;
- тип А з нахилом букв та цифр приблизно 75^0 (d=1/14 h) з основними параметрами, що також наведені в таблиці 1.4, (рисунок 1.5);

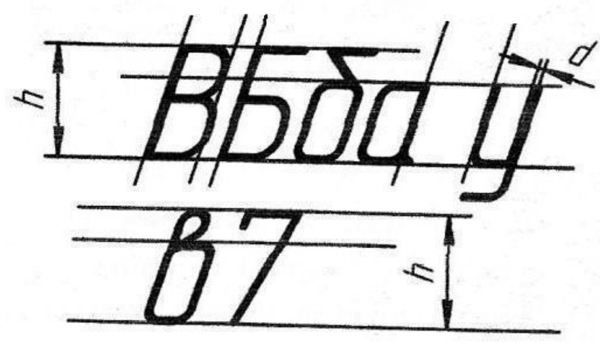


Рисунок 1.5 - Допоміжна сітка для шрифту

- тип Б без нахилу з товщиною ліній d=1/10 h;
- тип Б з нахилом з товщиною лінії d=1/10 h.

На рисунку 1.6 показано шрифт типу А з нахилом – цифри та букви українського і російського алфавіту.

Рисунок 1.6 - Шрифт типу А з нахилом – цифри та букви українського і російського алфавіту.

В таблиці 1.4 наведені основні розміри. При написанні слів зустрічаються винятки. Якщо сусідні лінії букв розміщені так, що при дотриманні стандартної відстані між ними складається візуальне враження розриву між буквами в слові (наприклад, ГД, РЛ та ін.), допускається цю відстань зменшити вдвоє, тобто взяти таку, що дорівнює d.

Таблиця 1.4 – Основні параметри та розміри деяких креслярських шрифтів

№ з/п	Назва букв, цифр і їх параметри	Позначення	Відносний розмір		Розміри шрифтів, мм			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	ВЕЛИКІ БУКВИ І ЦИФРИ Тип Б. Висота букв та цифр	H	10/10h	10d	3,5	5	7	10
2	<u>Розширені:</u> Ширина букв А, М, Х, Ю	G	7/10h	7d	2,4	3.5	4,9	7
3	<u>Широкі:</u> Ширина букв Ж, Ф, Ш, Щ	G	8/10h	8d	2,8	4	5,6	8
4	<u>Вузькі:</u> Ширина букв Г, Д, Е, З, С та цифр 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 0	G	5/10h	5d	1,7	2,5	3,5	5
5	<u>Нормальні:</u> ширина букв Б, В, Й, К, Л, Н, О, П, Р, Т, У, Ц, Ч, Ь, Є, Я	G	6/10h	6d	2,1	3	4,2	6
6	Ширина букви І	G	3/10h	3d	1	1,5	2,1	3
7	МАЛІ БУКВИ Висота букв, крім букв в, д, р, у, ф, б	C	7/10h	7d	2,5	3,5	5	7
8	Висота букв б, в, д,р, у, ф	C	10/10h	10d	3,5	5	7	10
9	<u>Нормальні:</u> ширина букв а, б, в, г, д, е, и, й, к, л, н, о,п, р, у, х, ц, ч, ь, є, я	G	5/10h	5d	1,7	2,5	3,5	5
10	<u>Розширені:</u> Ширина букв м, ю	G	6/10h	6d	2,1	3	4,2	6

Продовження таблиці 1.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	Широкі: Ширина букв ж, т, ф, ш, щ	G	7/10h	7d	2,4	3,5	4,9	7
12	Вузькі: Ширина букв з, с	G	4/10h	4d	1,4	2	2,8	4
13	Відстань між буквами та цифрами	A	2/10h	2d	0,7	1	1,4	2
14	Відстань між основами рядків	B	17/10h	17d	6	8,5	12	17
15	Мінімальна відстань між словами	E	6/10h	6d	2,1	3	4,2	6
16	Товщина ліній шрифту	D	1/10h	D	0,35	0,5	0,7	1

При написанні одного і того ж тексту на рисунку товщина ліній букв та цифр повинна бути однаковою.

Щоб набути навички швидкого та правильного написання букв та цифр слід починати вивчення їх конструкції та тренуватися в написанні за допомогою сітки. При цьому букви доцільно розподілити на 5 конструктивних груп

Перша група великих букв містить горизонтальні та вертикальні (похилі під кутом 75^0) прямолінійні елементи (Г,Н,П,Т,Ц,Ш,Щ).

Друга група букв складається з прямолінійних елементів, що нахилені під різними кутами до горизонтального напряму (А,Д,Ж,Й,К,М,Х).

Третя група букв складається з прямолінійних елементів, що доповнюються невеликими закругленнями.

Четверта група букв утворена із основної букви Р при різних їх поворотах та доповненнях окремими елементами.

П’ята група утворена на основі букви О.

Перша група малих букв містить тільки прямолінійні елементи.

Друга група складається з прямолінійних часток та закруглень по типу букви Ь або Ч.

Третя група складається з букв, що містять букву О або її елементи.

Четверта група містить прямолінійні елементи, з’єднані невеликими закругленнями.

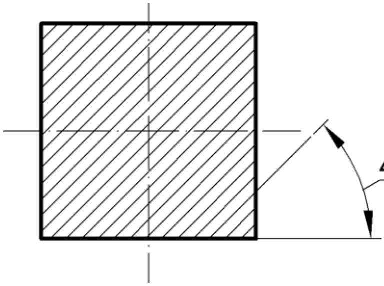
П’ята група букв складається виключно з криволінійних елементів.

1.6 Штриховка в розрізах та перерізах

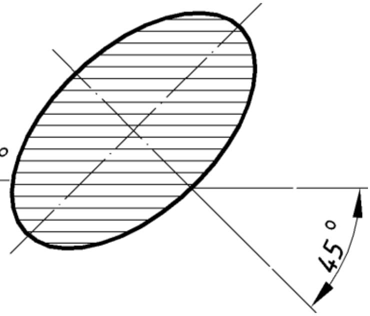
Штриховка в розрізах та перерізах за ГОСТ 1.306-68* застосовується для умовного графічного позначення матеріалів. Загальним графічним позначенням матеріалів в перерізі незалежно від виду матеріалу с похилі під кутом 45^0 до контуру зображення осі симетрії або рамки креслення тонкі прямі лінії товщиною S/2-S/3. У випадку, коли вибрані під кутом 45^0 до рамки креслення лінії штриховки співпадають по напрямку з лініями контуру деталі, слід змінити їх нахил на 30^0 або 60^0.

Лінії штриховки слід наносити з нахилом або вліво, або вправо, але, як правило, в одну і ту ж сторону на всіх перерізах, що стосуються однієї і тієї ж деталі, незалежно від кількості аркушів, на яких ці перерізи розміщені.

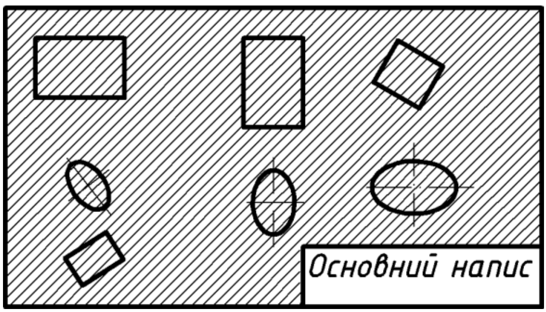
Відстань між лініями штриховки повинна бути від 1 до 10 мм та, як правило, однаковою на всіх перерізах деталі, що виконуються в одному масштабі (рисунок 1.7).



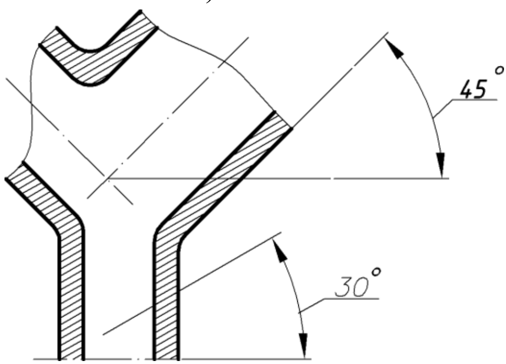
а)



б)



в)



г)

Рисунок 1.7 – Штриховка металевих виробів:

а) - лінії штриховок під кутом 45^0 до лінії рамки креслення; б) - лінії штриховок під кутом 45^0 до осі виносного чи накладного перерізів; в) - до лінії основного напису; г) – у випадку співпадіння напряму лінії штриховки з контурними або осьовими лініями.

Для суміжних деталей нахил штриховки повинен бути протилежним. Якщо це неможливо, то слід зсунути штриховку однієї деталі відносно іншої або замінити відстань між штрихами. У випадку штриховки "в клітку" відстань між штрихами різних деталей повинна бути різною.

При великих площах штриховки дозволяється наносити позначення тільки біля контуру вузькою полосою однакової ширини.

Вузькі та довгі площі перерізу, ширина яких на зображенні не перевищує 1...4 мм, рекомендується штрихувати повністю тільки на кінцях деталі, біля отворів, а решту площі - невеликими частинами в декількох місцях.

Вузькі площі перерізів, що на зображенні вужчі ніж 2 мм, допускається зображати зачорненими, залишаючи просвіт між деталями не менше 0,8 мм.

1.7 Нанесення розмірів

Величина виробу, що зображується визначається на кресленні розмірами, що наносять, як правило, розмірними числами разом з розмірними лініями. Загальна кількість розмірів на кресленні повинна бути мінімальною, але достатньою для виготовлення та контролю виробу. Лінійні розміри вказують у міліметрах без позначення одиниці виміру. Кутові розміри – в градусах, хвилинах, секундах з позначенням одиниць вимірювання, наприклад 12°45'30". У курсі креслення на графічних роботах наносять, як правило, номінальні розміри виробу, тобто розміри без зазначення граничних відхилень, якими визначається точність виготовлення виробу. На кресленні може бути окремо розташований розмір –

він називається ланкою. Кілька розмірів, написаних в одному напрямку по одній лінії утворюють розмірний ланцюг.

У машинобудуванні поширені три способи нанесення розмірів на кресленнях: ланцюговий, координатний і комбінований.

Ланцюговий метод – коли всі розміри наносяться по одній лінії (ланцюжком) один за іншим (рисунок 1.8). Цей метод нанесення розмірів дає деяку сумарну похибку, тому в замкнутому ланцюзі один не проставлений розмір, обумовлений загальною довжиною деталі, приймається таким, що вимагає найменшу точність. Ланцюговий спосіб застосовують у тих випадках, коли найменш точними повинні бути сумарні розміри ланок ланцюжка.

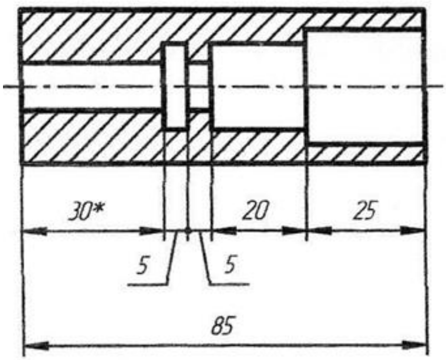


Рисунок 1.8 - Ланцюговий метод

Координатний метод – коли всі розміри наносяться відносно однієї базової поверхні незалежно один від одного (рисунок 1.9). Цей метод відрізняється підвищеною точністю виготовлення, але здорожує вартість виготовлення деталі. Нанесення розмірів за координатним способом пов'язано з так званими базами. База – це поверхня деталі (чи її елемент), від якої ведеться відлік розміру інших елементів деталі. Розрізняють конструкторські і технологічні бази.

Конструкторськими базами є поверхні, лінії чи точки, відносно яких орієнтуються інші деталі виробу.

Технологічні бази – бази, від яких у процесі обробки зручніше і легше робити вимір розмірів. Базами можуть бути:

– площини, з яких починається обробка (торцеві, привалочні);

– прямі лінії (осі симетрії, взаємно перпендикулярні краї деталі).

Деталь може мати кілька вимірювальних баз, з яких одна вважається головною, а інші – допоміжними. За головну базу приймають ту, від якої ведеться підрахунок основних розмірів.

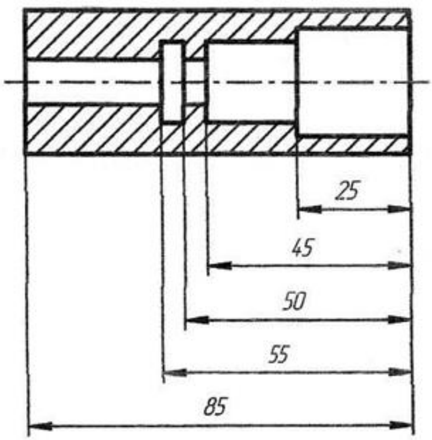


Рисунок 1.9 - Координатний метод

Комбінований спосіб – коли нанесення розмірів виконується ланцюговим і координатним методами, він найбільш поширений (рисунок 1.10).

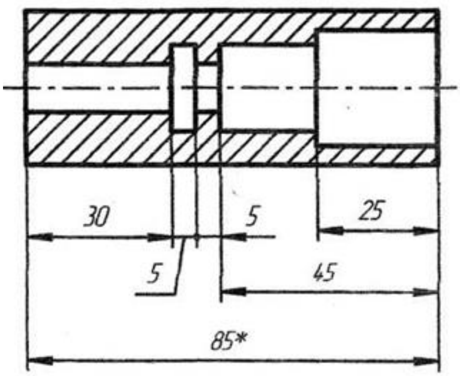


Рисунок 1.9 - Комбінований метод

Величину елементів стрілок розмірних ліній вибирають у залежності від товщини лінії видимого контуру і викреслюють їх приблизно однаковими на всьому кресленні. Форма стрілки і співвідношення її елементів показані на рисунку 1.11.

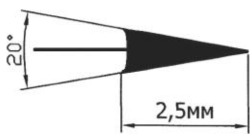


Рисунок 1.11 – Форма і розміри стрілки

Розміри прямолінійних відрізків

Перпендикулярно до відрізка через його кінці проводять виносні лінії (суцільні тонкі) – рисунок 1.12. Паралельно відрізку проводять розмірну лінію (суцільна тонка), яка обмежується стрілками, що упираються у виносні лінії. Її проводять між виносними лініями, проведеними перпендикулярно розмірним. Допускається розмірні лінії проводити безпосередньо до ліній видимого контуру, осьових і центрової. В окремих випадках розмірна лінія може проводитися не перпендикулярно виносній. Розмірне число (висотою 3,5 – 5 мм) – наносять над розмірною лінією ближче до середини.

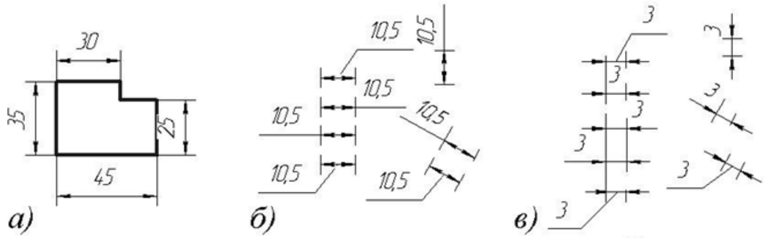


Рисунок 1.12 – Простановка розмірних чисел
а) - розмірні числа наносять на вертикальні розмірні лінії зліва; б) - на продовженні розмірної лінії праворуч або ліворуч, винести на полицю; в) – у випадку відсутності місця для постановки розміру.

Відстань від розмірної лінії до лінії контуру або відстань між паралельними розмірними лініями вибирають у межах 6 – 10 мм. Виносні лінії виходять за кінці стрілок на 1 – 5 мм. Варто уникати взаємного перетину розмірних і виносних ліній. Тому менші розміри ставлять ближче до контуру зображення, ніж великі розміри. Допускається тільки перетин виносних ліній між собою.

Розміри радіусів дуг кіл

Розмірну лінію радіуса обмежують однією стрілкою з боку дуги (рисунок 1.13).

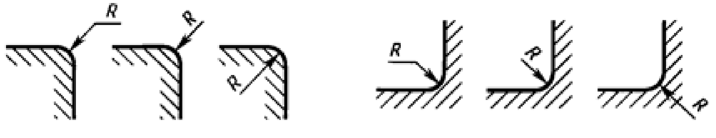


Рисунок 1.13 – Нанесення розмірів радіусів кіл

Розмірна лінія радіуса проходить через центр дуги, коли його позначено (рисунок 1.14***а***). У тих випадках, коли на кресленні зображена дуга великого радіуса, для якої центр можна не позначати, розмірну лінію обривають, не доводячи до центра (рисунок 1.14***б***). Якщо ж у цьому випадку центр необхідно відзначити, допускається наближати його до дуги (рисунок 1.14***в***). Розмірна лінія в цьому випадку показується зі зламом і обидві ділянки розмірної лінії проводяться паралельно.

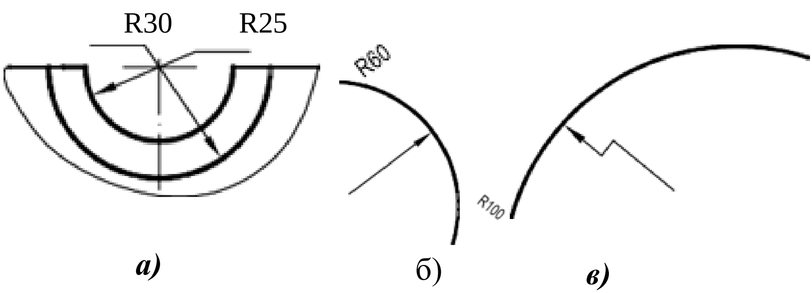


Рисунок 1.14 - Нанесення розмірів радіусів кіл

а) - через центр дуги; б) - дуга великого радіуса, для якої центр можна не позначати; в) - центр наближають до дуги.

Розмір діаметра кола

Перед розмірним числом діаметра наноситься знак O. Причому між знаком і числом ніяких пропусків не передбачено. Для кіл малого діаметра розмірні лінії, стрілки і сам розмір наносять за одним з варіантів, приведених на рисунок 1.15, сам розмір наносять за одним з варіантів, приведених на рисунок 1.15.

Для декількох однакових отворів (елементів) завжди вказують їхню кількість, розмір наносять один раз, наприклад, 2отв. O10.

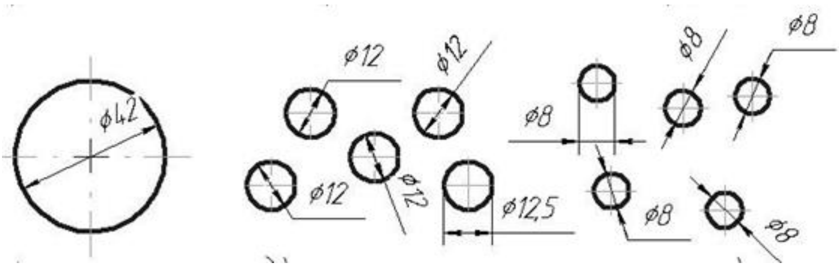


Рисунок 1.15 – Позначення діаметру кола

Габаритні розміри

Габаритні розміри – це розміри, що визначають граничні зовнішні чи внутрішні обриси виробу.

Довідкові розмір

Довідкові розміри служать для більш зручного користування кресленням. Довідкові розміри відмічають на кресленні знаком *, наприклад 25* і в технічних вимогах, які поміщають над основним написом, роблять запис "*Розміри для довідок".

Групування розмірів

Розміри, які відносяться до одного конструктивного елемента (отвір, виступ, паз і т.п.) рекомендується групувати в одному місці, де найбільш повно показана геометрична форма даного елемента (рисунок 1.16).

1 Не допускається перетинати чи розділяти розмірні числа лініями креслення.

2 Не допускається використовувати лінії контура,

осьові, центрові і виносні лінії в якості розмірних.

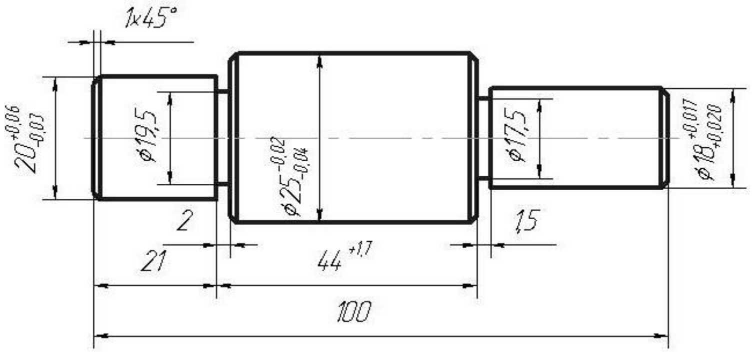


Рисунок 1.16 – Нанесення розмірів

3 Найчастіше при обробці тіл обертання вісь розташована горизонтально. Тому тіла обертання рекомендується викреслювати з горизонтально розташованою віссю.

4 Від невидимого контура, зображеного на кресленні штриховими лініями, розміри не проставляються.

5 Розміри повинні бути проставлені так, щоб робітник не витрачав час на математичні розрахунки при виготовленні деталі.

6 Розміри на проточки, виточення, фаски і т.п. треба проставляти окремо, не включаючи їх у розмірні ланцюги.

7 Розміри фасок під кутом 45° наносять, як показано на рисунок 1.17,***а,б***. Якщо на кресленні деталі зображено кілька фасок однакового розміру, то розмір фасок наноситься один раз з додаванням напису: 2 фаски, 4 фаски і т. п. (рисунок 1.17,***в***).

8 Розміри фасок під іншими кутами показують за загальними правилами – лінійним і кутовим розміром

чи двома лінійними розмірами (рисунок 1.17,*г*).

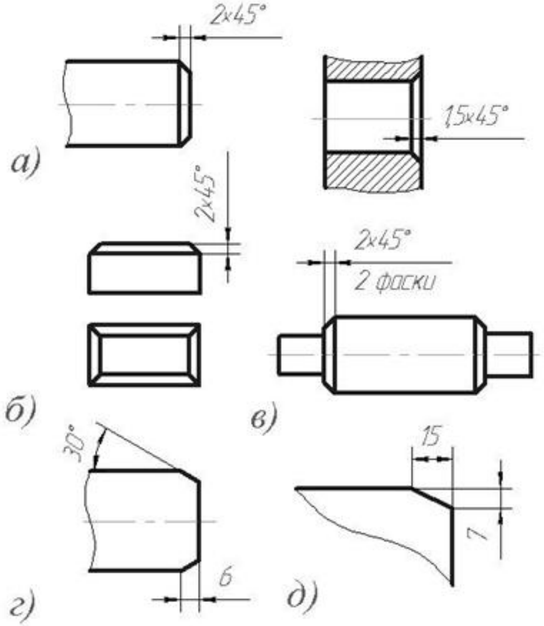
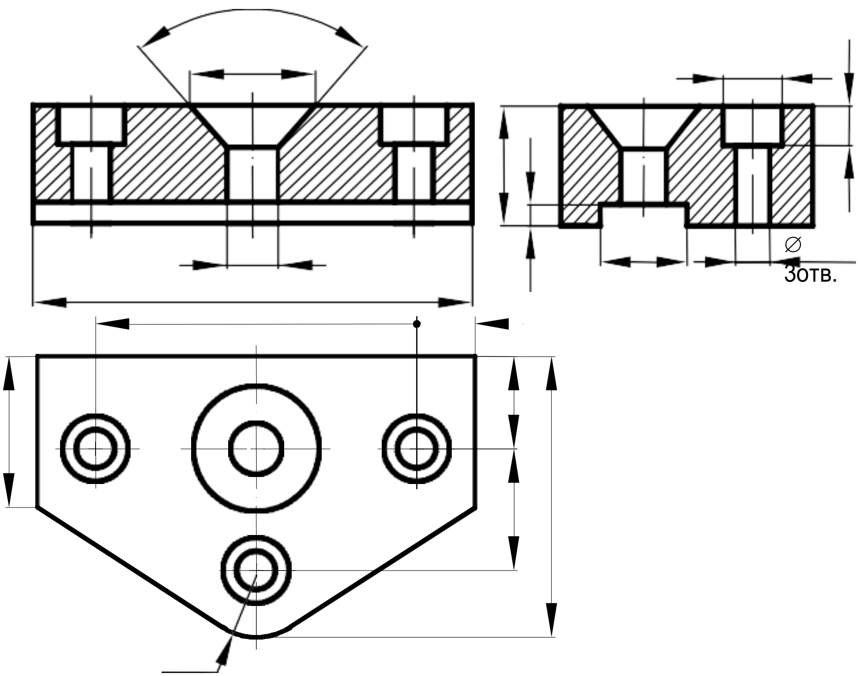


Рисунок 1.17 – Нанесення розмірів фасок

а) – фаска під кутом 45^0 круглої деталі; б) - фаска під кутом 45^0 призматичної деталі; в)– декілька однакових фасок; г) – фаска під кутом 30^0; д) – постановка фаски двома лінійними розмірами

9 Координувати отвори рекомендується на тих проекціях, де осі отворів зазначені не осьовими лініями, а точками (рисунок 1.18). Координування отворів здійснюється від базових поверхонь до осьових ліній.

Якщо отвори знаходяться на осях симетрії, кутові розміри проставляти не слід. При точному розташуванні отворів кутові отвори повинні бути задані для кожного отвору 10 (рисунок 1.19).



*Розмір для довідок

Рисунок 1.18 – Координація осей

Якщо отвори розташовані по колу рівномірно, то кутові розміри між центрами не позначаються, а вказується тільки кількість отворів.

Нанесення виносних і розмірних ліній, умовних знаків і надписів

Величини елементів стрілок розмірних ліній вибирають у залежності від товщини ліній видимого контуру і викреслюють їх приблизно однаковими по всьому кресленні. Форма стрілки і співвідношення її елементів показані на рисунку 1.11.

Якщо довжина розмірної лінії не достатня для розміщення на ній стрілок, то розмірну лінію продовжують і стрілки наносять ззовні, як показано на рисунку 1.20,***а***.

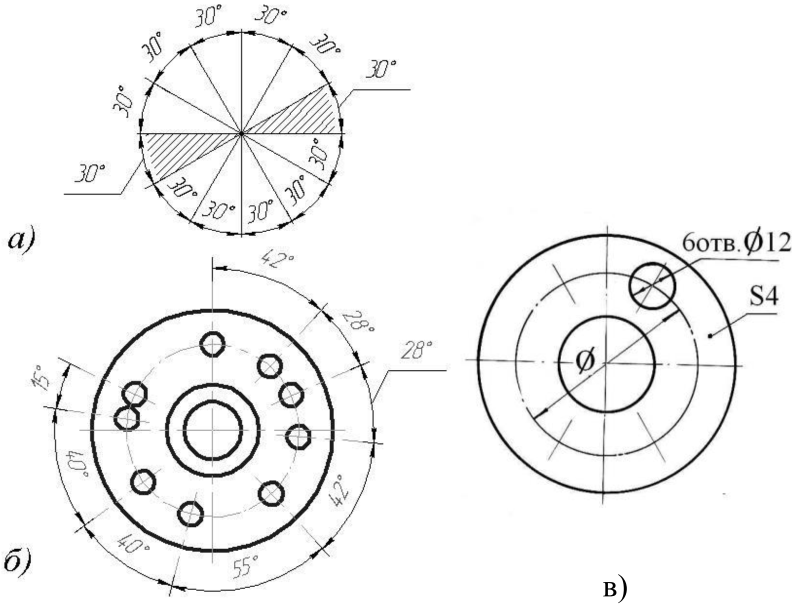
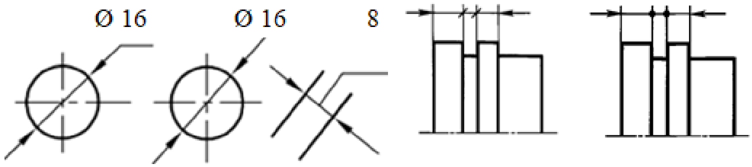


Рисунок 1.19 - Розміщення чисел, які вказують величини кутів:

а – цифри розташовуються над розмірними лініями або на полицях; *б* – приклад нанесення розмірів кутів; в) - приклад нанесення розмірів отворів.

При нестачі місця для стрілок на розмірних лініях розташованих ланцюжком, стрілки допускається заміняти чіткими точками (рисунку 1.20,***в***) чи зарубками, які наносяться під кутом 45° до розмірних ліній (рисунок 1.20,***б***).



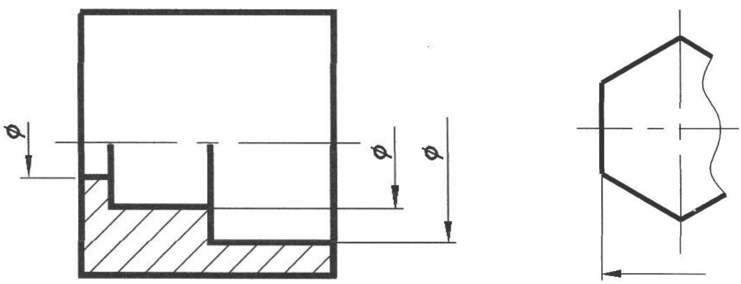
а) б) в)

Рисунок 1.20 – Простановка розмірів за браком місця

а) – постановка стрілок зовні; б) – заміна стрілок зарубками; в) - заміна стрілок точками.

При нестачі місця для стрілки із-за близького розташування контурної чи виносної лінії останні допускається переривати. Контурні, штрихові, осьові, центрові і виносні лінії не повинні використовуватися як розмірні лінії.

Допускається діаметр кола чи розмір для симетричних елементів деталі позначати не повністю, а з обривом, як зазначено на рисунку 1.21. При цьому варіанті розмірна лінія повинна переходити за осьову лінію кола, ось симетрії чи лінію обриву.



а) б)

Рисунок 1.21 – Простановка розмірів з обривом:

а) – розміри отворів; б) – лінійні розміри.

Якщо деталь зображена з розривом, то розмірні лінії треба проводити повністю. При цьому проставляється повна довжина деталі, що зображується (рисунок 1.22).

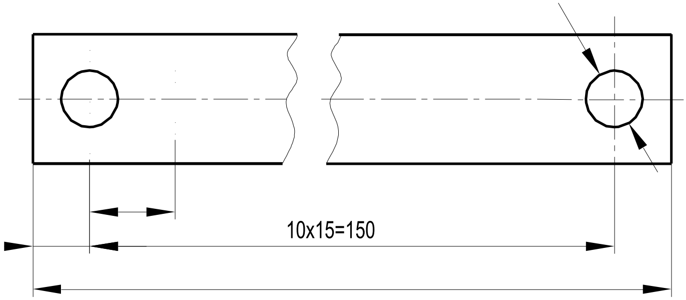


Рисунок 1.22 – Простановка розмірів на деталі з обривом

Нанесення розмірних чисел

При паралельних або концентричних розмірних лініях, розташованих близько одна до одної, розмірні числа рекомендується наносити в шаховому порядку (рисунок 1.23).

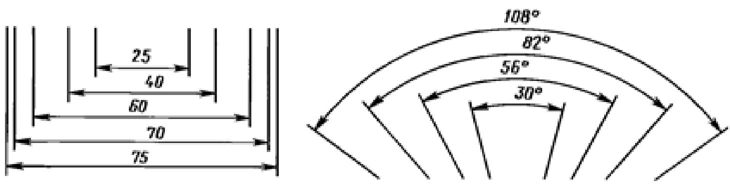
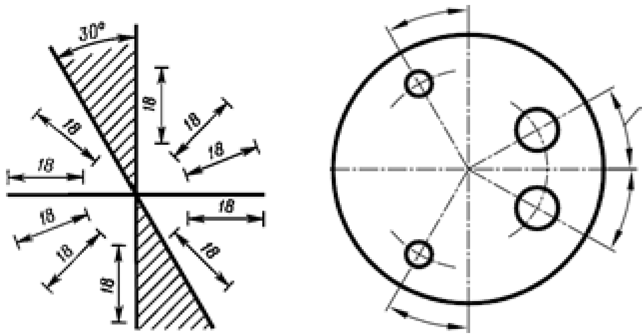


Рисунок 1.23 – Простановка розмірів у шахматному порядку

Розмірні числа лінійних розмірів при різних нахилах розмірних ліній розташовують так, як показано на рисунок 1.24а. Спосіб нанесення розмірного числа при різних положеннях розмірних ліній (стрілок) на кресленні визначається найбільшою зручністю читання. У випадку розташування розмірної лінії вертикально, розмірні числа наносять зліва від лінії. Якщо розмірні лінії похилі, то розмірні числа розташовують на верхній стороні ліній, як показано на рисунку 1.24а. Якщо розмірна лінія знаходиться в заштрихованій зоні, то розмірне число необхідно винести із цієї зони і нанести на поличці лінії-виноски.

Кутові розміри наносять так, як показано на рисунку 1.24б.



а **б**

Рисунок 1.24 – Нанесення кутових розмірів: а) – при різних нахилах розмірної лінії; б) – приклад нанесення кутового розміру.

Розмірні числа не можна розділяти чи перетинати будь-якими лініями. При нанесенні розмірного числа допускається переривати ці лінії.

При простановці розмірного числа на заштрихованому полі штриховку в цьому місці треба переривати (рисунок 1.25).

Для швидкого читання креслення розмірні числа, що визначають зовнішній і внутрішній контур деталі, рекомендується групувати і проставляти по різні сторони проекції деталі (рисунок 1.26).

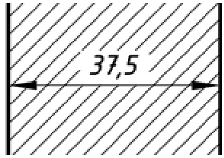


Рисунок 1.22 – Нанесення розмірів на штриховці

Не допускається наносити розміри між зовнішньою і внутрішньою формами деталі (рисунок 1.27).

Спрощення при простановці розмірів

Якщо на кресленні немає необхідності вказувати центр радіуса дуги, то розмірну лінію дозволяється обривати.

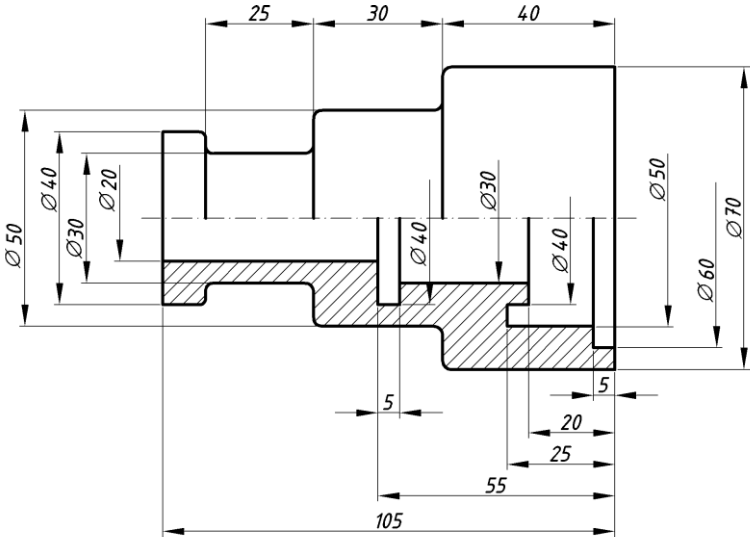


Рисунок 1.26 – Простановка розмірів внутрішнього і зовнішнього контурів деталі

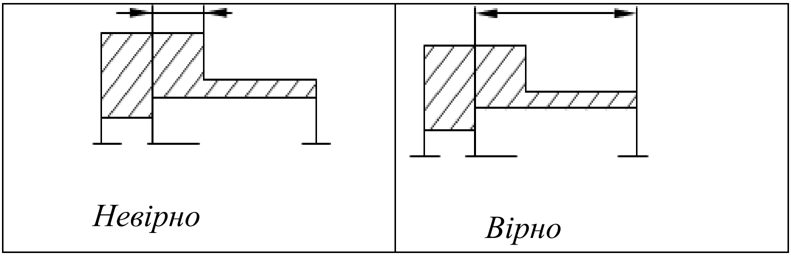


Рисунок 1.27 – Простановка розмірів між внутрішнім і зовнішнім контурами деталі не дозволяється

Якщо потрібно координувати центр радіуса дуги, але через відсутність місця радіус дуги не вдається провести, то центр допускається наближати до дуги, що позначається, зображуючи при цьому розмірну лінію з двома зломами під кутом 90° (рисунок 1.28). При цьому допускається зсув розмірної лінії радіуса щодо центра.

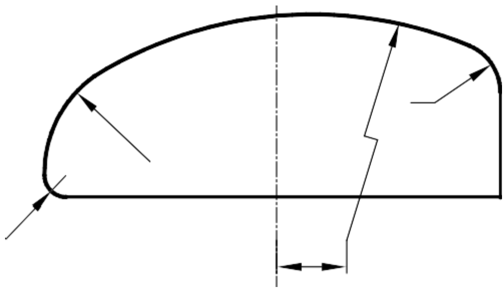


Рисунок 1.28 – Приклад позначення радіусу дуги

Розмір на елементи деталі, що повторюються, дозволяється проставляти один раз із зазначенням кількості елементів (рисунок 1.29).

Якщо на виробі є два однакових елементи, які розташовані симетрично (крім отворів), то розміри наносять один раз, без вказівки їхньої кількості. Як правило, всі розміри групують в одному місці.

Якщо однакові елементи деталі розташовані на рівних відстанях, то для спрощення креслення рекомендується замість розмірного ланцюга наносити позначення з записом на першому місці кількості елементів (наприклад, отворів), на другому – величину проміжку і на третьому – відстані між крайніми елементами (дивись рисунок 1.29).

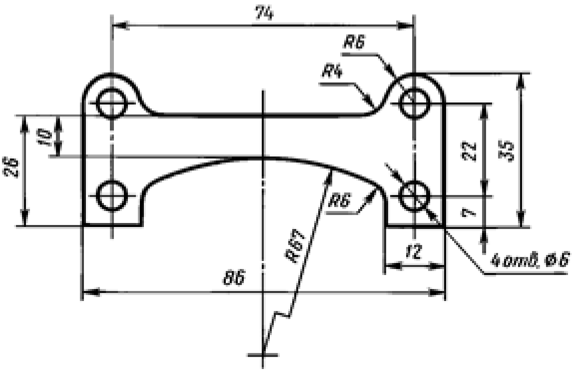


Рисунок 1.29 – Приклад позначення однакових елементів

1.8 Питання для поточного контролю

1. Що називається форматом? Чим відрізняється основний формат від додаткового?
2. Розмірами яких ліній позначається формат аркуша креслення?
3. Які формати аркушів встановлені для креслень?
4. Як утворюються довільні формати та їх позначення?
5. Як проводиться рамка креслення?
6. Що називається масштабом?
7. Як позначується на кресленнях масштаб

зображення?
8. Чи відображається масштаб на розмірні числа креслення?
9. Які існують ряди масштабів?
10. Чи дозволяється використовувати на кресленнях довільні масштаби?
11. Де розміщується основний напис та графа 26? Які їх розміри?
12. Назвіть основні типи ліній, що застосовуються при виконанні креслень, а також співвідношення їхніх товщин.
13. В яких межах дозволяється вибирати довжину штрихів для штрихової та штрихпунктирної ліній?
14. Які розміри та типи шрифтів застосовуються в машинобудівельному кресленні?
15. Назвіть загальні правила виконання штриховки на кресленнях.
16. Як виконується штриховка двох суміжних деталей?
17. Яка форма основного напису встановлена для креслень та схем?
18. Де розташовують на кресленні основний напис на різноманітних форматах?
19. Які дані розміщують у кожній графі

ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ

2.1 Поділ відрізка прямої на рівні частини

Поділ відрізка прямої на дві та чотири рівні частини

З кінців відрізка АВ циркулем проводять дві дуги кола рівного радіуса R, але більшим ніж половина відрізка (рисунок 2.1).

Точки перетину цих дуг позначено 1 і 1. Через отримані точки проведемо пряму, яка перетинає відрізок AB у точці C, що є серединою відрізка. Якщо зробити цю побудову знову для відрізків AC і CB, отримують точки D та F. Точки C, D і F ділять відрізок AB на дві та чотири частини.

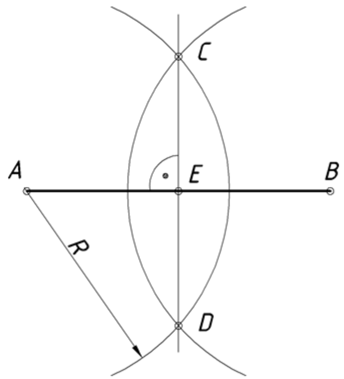


Рисунок 2.1 – Поділ відрізка на дві частини

Поділ відрізка прямої на задану кількість рівних частин

Для того, щоб поділити відрізок AB на задану кількість рівних частин n, проводять допоміжну пряму під довільним гострим кутом до прямої AB (рисунок 2.2). З точки A на цій прямій відмірюють n рівних частин довільної довжини. Останню точку (на рисунку це дев'ята точка) з'єднують з кін- цем відрізка точкою B та паралельно отриманому відрізку проводять прямі через усі точки 1–5.

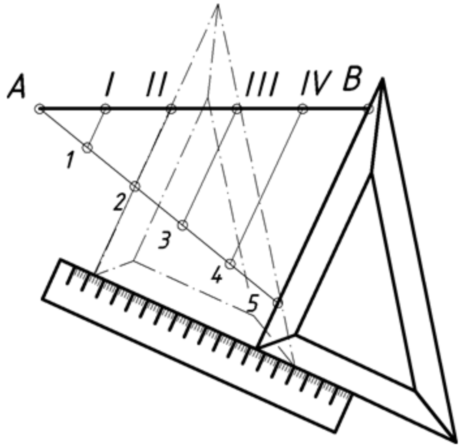


Рисунок 2.2 – Поділ відрізка на n частин

Ці прямі поділяють відрізок AB на задану кількість рівних частин n (в даному прикладі на п’ять).

1.2 Побудова і ділення кутів

Побудова кутів

Використання прямокутних трикутників при побудові деяких кутів суттєво спрощує процес креслення. Застосовуючи різні комбінації кутів креслярських трикутників з кутами 30°–60°–90° та 45°–45°–90° можна побудувати будь-який кут кратний 15°.

Поділ кута навпіл

Для того, щоб поділити кут ABC навпіл, необхідно провести бісектрису із вершини кута. Для цього з вершини кута проводять дугу кола довільного радіуса R до перетину зі сторонами кута в точках D і F (рисунок 2.3). З цих точок проводять ще дві дуги радіусом R1, величина якого більш ніж половина дуги

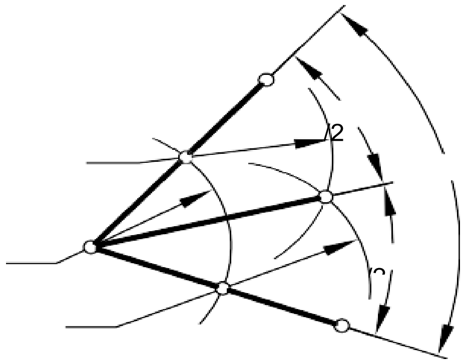


Рисунок 2.3 - Поділ кута навпіл

D і F, до взаємного перетину в точці K. Пряма BK ділить кут навпіл.

Поділ прямого кута на три частини

Для того, щоб поділити прямий кут (наприклад кут ABC) на три рівні частини, з вершини кута B проводимо дугу довільного радіуса R до перетину зі сторонами кута в точках D і F (рисунок 2.4). З отриманих точок проводять дві дуги тим же радіусом R до взаємного перетину з дугою DF у точках K і M.

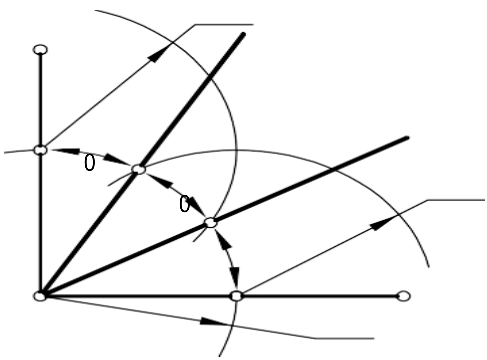


Рисунок 2.4 - Поділ прямого кута на три частини

Точки К і М з'єднують з вершиною В прямими, які поділять кут АВС на три рівні частини.

2.3 Побудова дотичної прямої до кола

Для того, щоб провести дотичну із точки А до заданого кола, необхідно з'єднати цю точку з центром кола О (рисунок 2.5). На відрізку ОА будують коло радіусом ОА/1. Точки 1 і 2 перетину побудованого та заданого кіл

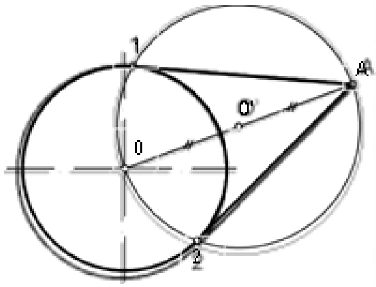


Рисунок 2.5 - Побудова дотичної прямої до кола

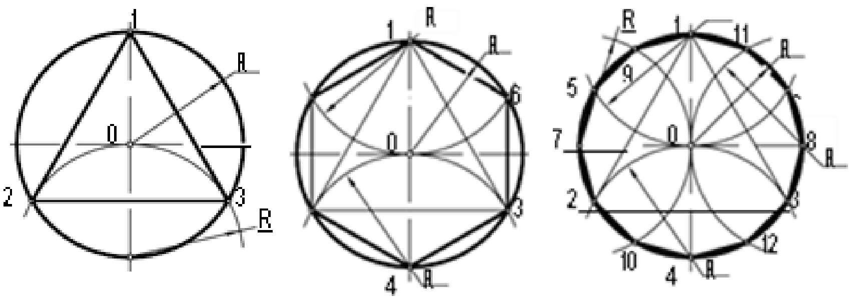
визначають оложення точок дотику. Дотичні проводяться через точку А та точки 1 і 2.

2.4 Поділ кола на рівні частини

При виконанні креслень багатьох предметів доводиться ділити коло на рівні частини. Уміння ділити коло на рівні частини може бути необхідним, наприклад, при побудові проекцій правильних багатокутників.

Поділ кола на три, шість і дванадцять рівних частин

Щоб поділити коло на три рівні частини, визначають точки 1 і 4 перетину осьової лінії з колом (рисунок 2.7). З точки 4 проводять дугу кола радіусом рівним радіусу кола R до перетину із заданим колом у точках 2 і 3. Точки 1,2,3 ділять коло на три рівні частини. Для поділу кола на шість частин з точки 1 перетину осьової лінії з колом проводять дугу радіусом рівним радіусу кола R до перетину із заданим колом у точках 5 і 6. Точки 1–6 ділять коло на шість рівних частин (рисунок 2.8). Дуги радіусом R, які проведено з точок 7 і 8, перетинають коло в точках 9, 10, 11, 12 та поділяють коло на дванадцять рівних частин (рисунок 2.9).



а) б) в)

Рисунок 2.7 – поділ кола на 3,6,12 частин:

а) –поділ кола на 3 частини; б) - поділ кола на 6 частин; в) - поділ кола на 12 частин.

Поділ кола на вісім рівних частин

Для того, щоб поділити коло на вісім рівних частин, спочатку проводять дві перпендикулярні осі, які перетинають коло в точках 1, 2, 3, 4 та ділять його на чотири рівні частини (рисунок 2.8). Після цього необхідно поділити кожну чверть кола навпіл, застосовуючи наведений раніше метод побудови бісектриси кута (рисунок 2.3), і отримати точки 5, 6, 7, 8.

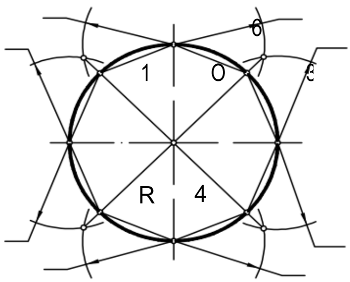


Рисунок 2.8 - Поділ кола на вісім рівних частин

2.5 Скруглення кутів

Спряження двох прямих, що перетинаються дугою заданого радіуса R, називається скругленням кутів. Побудова зводиться до проведення дуги кола дотичної до обох даних прямих (рисунок 2.9). Для цього необхідно провести прямі, які паралельні заданим сторонам кута на відстані R, та знайти точку O їх взаємного перетину. Із точки O опускають перпендикуляри на сторони кута та визначають точки спряження 1 та 2. Радіусом R проводять дугу спряження із центра O між точками 1 та 2.

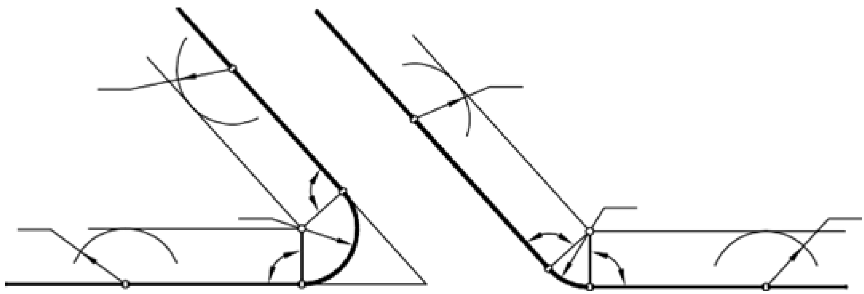


Рисунок 2.9 - Скруглення кутів

2.6 Спряження кола та прямої з допомогою дуги заданого радіуса

Для побудови цього виду спряження необхідно провести пряму, паралельну заданій прямій на відстані R, а із центра кола O1 із радіусом R_1, дугу радіусом $R + R_1$ (рисунок 2.10). Точка перетину допоміжної прямої та дуги визначає центр спряження O. Точка спряження 1 знаходиться на перетині кола з прямою, яка з'єднує центри O_1 і O. Точку спряження 2 отримують на перпендикулярі, який опущено із точки O на задану пряму.

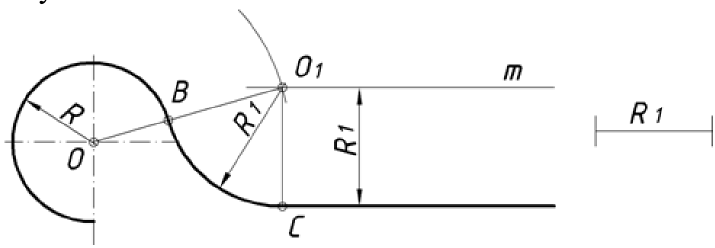


Рисунок 2.10 - Спряження кола та прямої за допомогою дуги заданого радіуса

2.7 Спряження двох дуг кіл прямою лінією

Зовнішній дотик

Із центра дуги меншого радіуса R_1 проводять дотичну до допоміжного кола, який проведено радіусом $R – R_1$. Точку дотика K_0 використовують для побудови точки спряження K на колі радіуса R (рисунок 2.11). Для отримання другої точки спряження K_1 на колі радіусом R_1 проводять допоміжну лінію O_1K_1, яка паралельна OK. Дотична буде обмежена точками K та K_1.

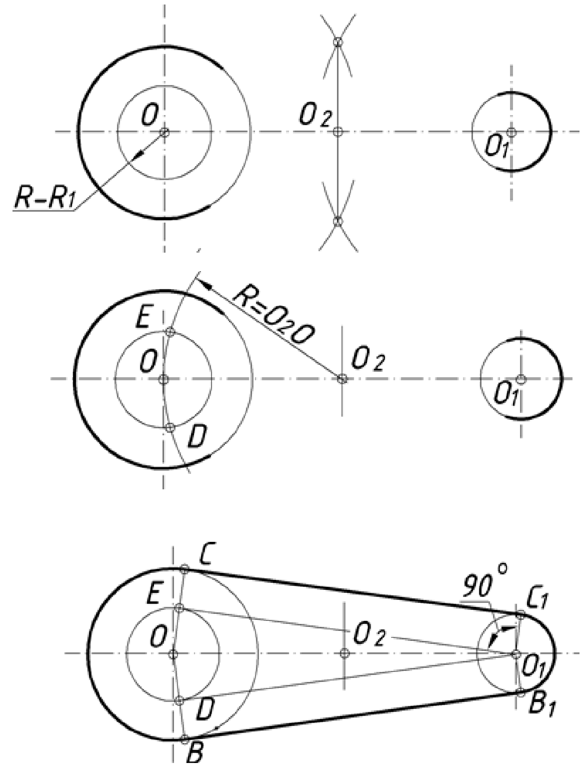


Рисунок 2.11 - Зовнішній дотик

Внутрішній дотик

Задача побудови внутрішньої дотичної вирішується із використанням допоміжного кола радіусом R + R1 (рисунок 2.12).

До цього кола будують дотичну O1K0 із центра дуги меншого

радіуса R1. Точку дотику K0 використовують для побудови

точки спряження K на колі радіуса R. Для отримання другої точки спряження K1 на колі радіусом R1 проводять допоміжну лінію O1K1, яка паралельна OK. Дотична буде обмежена точками K та K1.

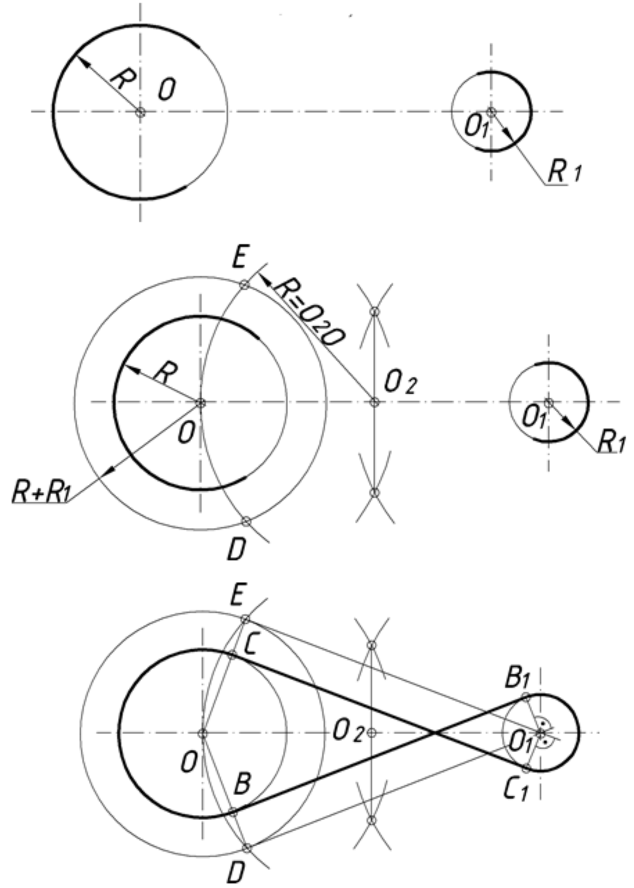


Рисунок 2.13 – Внутрішній дотик

2.8 Спряженяя двох кіл дугою заданого радіуса

При визначенні величини радіусів допоміжних дуг необхідно звертати увагу на тип спряження:

а) при зовнішньому спряженні брати суму радіусів заданих дуг і радіуса спряження, тобто R + R_1 та R + R_2 (рисунок 2.14);

б) при внутрішньому спряженні необхідно використову- вати різницю радіуса спряження R та радіусів заданих дуг кіл, тобто $R - R_1$ та $R - R_2$ (рисунок 2.15).

Зовнішнє спряження

При зовнішньому спряженні центри кіл O1 та O2 дуг, які спрягаються, лежать поза дугою радіуса R, що їх спрягає (рисунок 2.14). Знаходимо центр спряження O, що знаходиться на перетині дуг кіл з радіусами R+R1 та R+R2, проведених із центрів O1 та O2, відповідно. Для визначення точок спряження K1 та K2 необхідно з'єднати точку O з точками O1 і O1. Між точками K1 та K2 провести дугу спряження радіусом R.

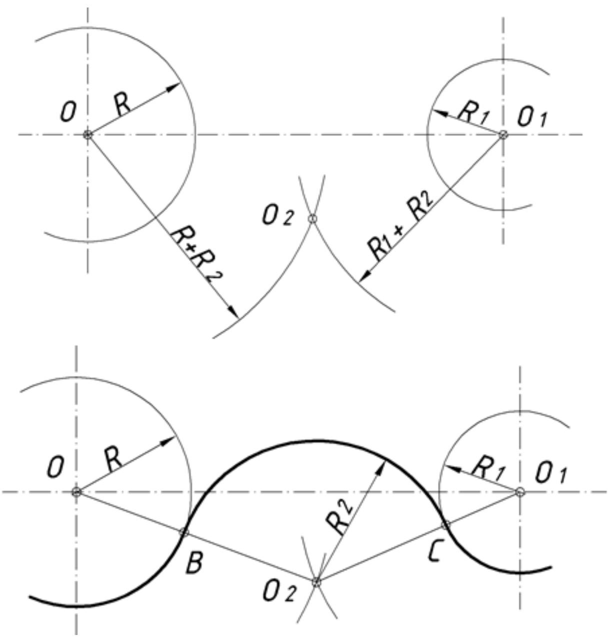


Рисунок 2.14 – Зовнішнє спряження

Внутрішнє спряження

При внутрішньому спряженні центри кіл O1 та O2 дуг, які спрягаються, лежать усередині дуги радіуса R, що їх спрягає (рисунок 2.15). Знаходимо центр спряження O, що знаходиться на перетині дуг кіл з радіусами R – R1 та R – R2, проведених із центрів O1 та O2, відповідно.

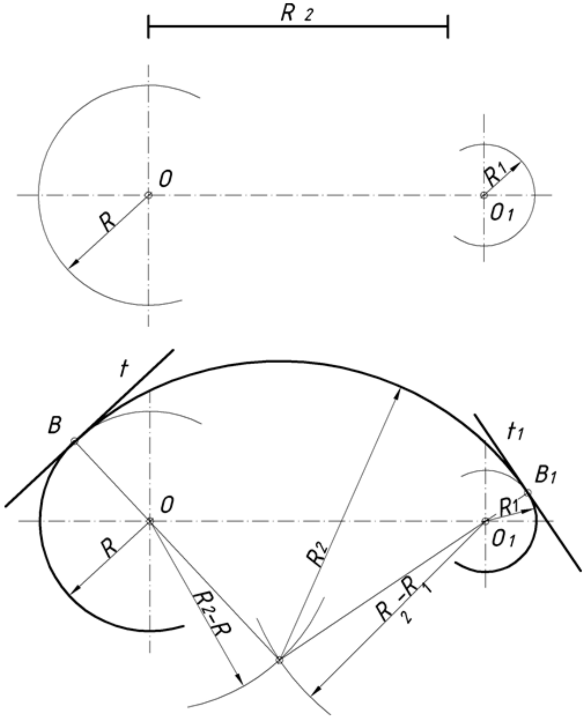


Рисунок 2.15 – Внутрішнє спряження

Для визначення точок спряження K1 та K2 необхідно з'єднати точку O з точками O1 і O2 та продовжити до перетину з заданими колами. Між точками K1 та K2 провести дугу спряження радіусом R.

Змішане спряження

При змішаному спряженні (рисунок 2.16) центри заданих дуг лежать по різні сторони від дуги, що їх спрягає.

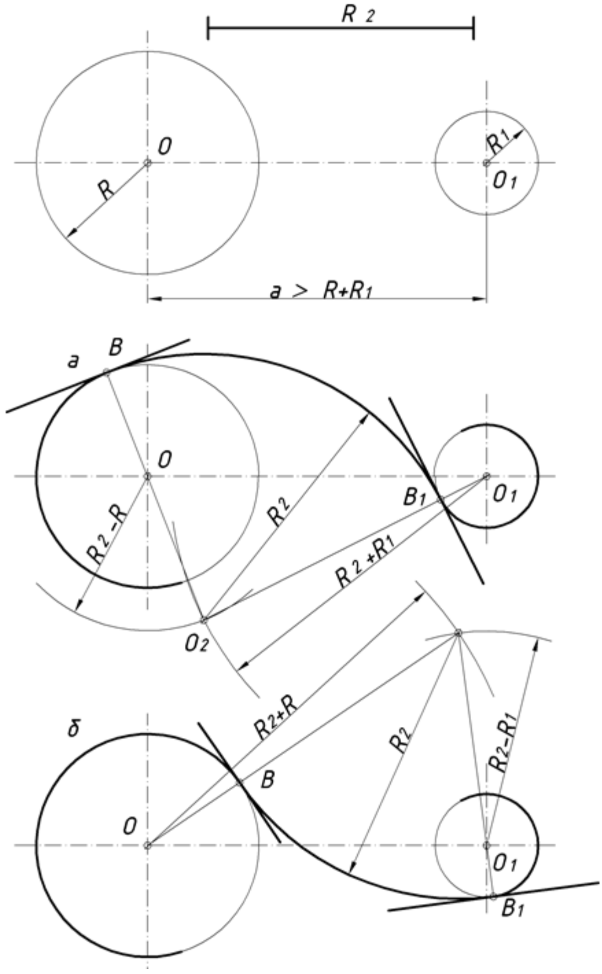


Рисунок 2.16 – Змішане спряження

Для знаходження центра О спряження будують дві дуги R + R1 та R – R2 із центрів О1 та О2, відповідно. З'єднавши точку О з точками О1 та О2 до перетину з заданими колами, отримують точки спряження K1 та K1. Між точками K1 та K2 проводять дугу спряження радіусом R.

2.9 Нахил і конусність

Нахил

При кресленні профілів прокатної сталі: двотаврових, швелерних та інших – часто приходиться будувати прямі лінії, кут нахилу яких задається за допомогою величини уклону. Як правило, такий спосіб задання використовується для прямих, що мають невеликий кут нахилу (менше 10°), оскільки при побудові таких кутів за допомогою транспортира значення похибки збільшується.

Нахилом називають величину, що характеризує нахил однієї прямої лінії відносно іншої прямої, розташованої горизонтально або вертикально. Уклон чисельно дорівнює тангенсу кута а між даними прямими (рисунок 2.17).

Нахил на кресленні може задаватися або відношенням одиниці до цілого числа (наприклад, 1:10), або в відсотках (наприклад, 10 %). Нахил вимірюється відношенням меншого катета АС прямокутного трикутника (одна одиниця довжини) до більшого катета *CB* (десять одиниць довжини).

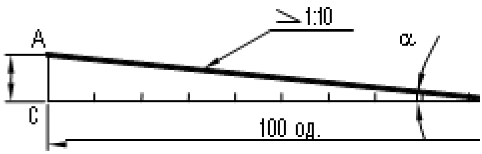


Рисунок 2.17 – Нахил 1:10

На виносній поличці (в даному випадку горизонтальній), яка упирається своєю стрілкою в похилу пряму, перед відношенням чисел ставиться умовний знак уклона. Одна сторона цього кута повинна бути паралельна виносній полиці, а вершина кута – направлена в сторону уклона (в сторону частини профілю, яка звужується).

Якщо нахил задається у відсотках, то число відсотків відносять до 100 і отримують відношення двох цілих чисел. Наприклад, якщо уклон задається 12 %, то 12 віднесемо до 100 і будемо мати 12:100 .

Конусність

Для багатьох тіл обертання характерною величиною є конусність. Обробка конічних поверхонь, як правило, також ведеться за заданою конусностю.

Конусністю називається відношення діаметра кола основи
конуса до його висоти.

Якщо конус зрізаний (а цей випадок має місце в більшості технічних деталей), то конусність визначається як відношення різниці діаметрів основ до його висоти (рисунок 2.18):

K =(D - d) / h.

Відношення, що визначає конусність, виражається одиничним дробом (наприклад, 1:5), у відсотках (20 %) або градусах (12°).

У машинобудуванні використовується наступний ряд нормальних конусностей:

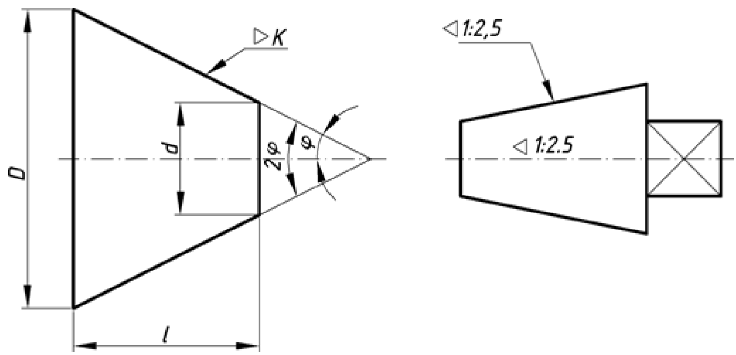
1:3	1:7	1:10	1:15	1:30	1:100
1:5	1:8	1:12	1:20	1:50	1:200,

а також конусності: 30°, 45°, 60°, 90°, 120°.

Інші види конусності використовувати не рекомендується.

Перед розмірним числом, яке характеризує конусність, ставиться умовний знак конусності . Це рівнобедрений трикутник з вершиною, яка направлена в сторону вершини конуса.

Конусність проставляється або на горизонтальній виносній поличці (рисунок 2.18*а*) або всередині конуса вздовж його осі (рисунок 2.18*б*).



а) б)

Рисунок 2.19 – Позначення конусності :

а) - а горизонтальній виносній поличці; б) - всередині конуса вздовж його осі.

2.10 Тест для поточного контролю

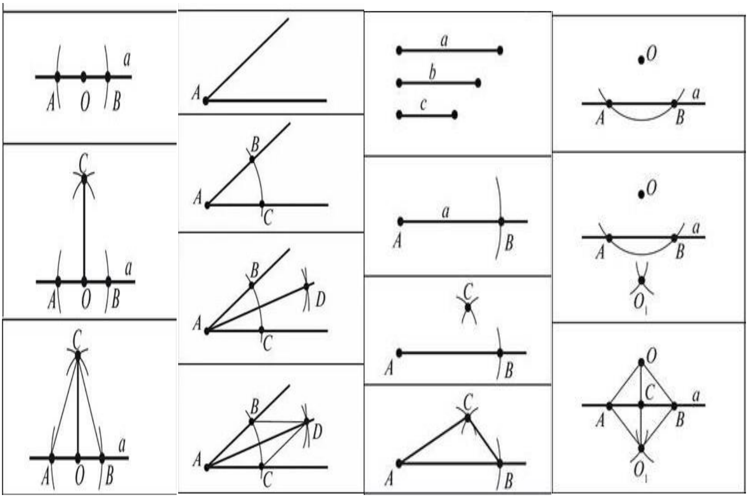
1. Вказати правильну послідовність кроків при побудові циркулем і лінійкою бісектриси кута А.

   1) Позначаємо точки В і С перетину кола із сторонами кута;
   2) Проводимо промінь AD;
   3) Проводимо коло довільного радіуса з центром в точці А;
   4) Проводимо два кола з центрами в точках В і С однаковим радіусом;
   5) Позначаємо точку перетину кіл D.

   1 45312 2 31452 3 34512 4 23415

2. Які інструменти використовують в задачах на побудову (декілька варіантів)?

Косинець; транспортир; лінійка з поділками; лінійка без поділок;циркуль.
3. На якому з рисунків 2.20 зображено основні етапи



а ***б*** ***в*** ***г***

Рисунок 2.20 – Геометричні побудови

лобудови перпендикуляра до прямої через точку, що не лежить на даній прямій?

4. На якому з рисунків зображено основні етапи побудови середини заданого відрізка?

5. На якому з рисунків зображено основні етапи побудови бісектриси даного кута?

6. Чи можна за такою умовою виконати побудову:" Є відрізок АВ. За допомогою косинця і лінійки поділити його навпіл"?

Так; ні.

7. Вказати правильні дії при поділі відрізка *AB* навпіл циркулем та лінійкою.(декілька варіантів):

1) Виміряти довжину відрізка AB;

2) Провести два кола з центрами в точках A та B однаковим радіусом, меншим за половину AB;

3) Провести два кола з центрами в точках A та B однаковим радіусом, більшим за половину AB:

4) Провести два кола з центрами в точках A та B різних радіусів;

5) Точки перетину і позначити C і D;

6) Провести два кола з центрами в точках C і D однаковим радіусом;

7) Сполучити за допомогою лінійки точки C і D;

8) Перетин CD і AB -точка O -середина відрізка.

8. Визначне зайву дію у поділі відрізка АВ навпіл:

1) Проводимо пряму $CC1$, яка перетинає AB в точці O;

2) Будуємо коло з центром у точці A і радіусом AB та коло з центром у точці B і радіусом AB:

3) Проводимо відрізок АС1;

4) Позначаємо точки С та С1 — точки перетину цих кіл.

9. Визначте зайву дію при побудові бісектриси даного кута:

1) Позначити точки перетину кола зі сторонами кута;

2) На сторонах заданого кута обрати дві довільні точки;

3) Розглянути трикутник, вершинами якого буде вершина заданого кута й одержані точки;

4) Провести коло довільного радіуса з центром у вершині заданого кута.

10. До основних геометричних побудов відносять: (декілька правильних):

1) Побудова перпендикулярних прямих;
2) Побудова середини відрізка;
3) Побудова медіани трикутника;
4) Побудова кола із заданим центром.

3 ПРОЕКЦІЮВАННЯ ТОЧКИ. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ПРЯМОЇ.

3.1 Основний метод нарисної геометрії. Пряма та зворотна задачі

Основним методом нарисної геометрії є метод проекціювання. *Проекціюванням називається процес побудови проекцій предмета*. Розрізняють центральне (рисунок 3.1) та паралельне (SxP) (рисунок 3.2), зокрема ортогональне (S ⊥ P) проекціювання (рисунок 3.3).

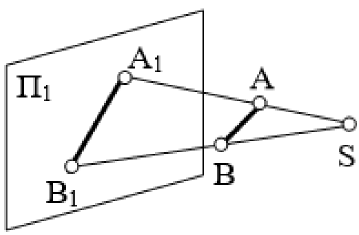
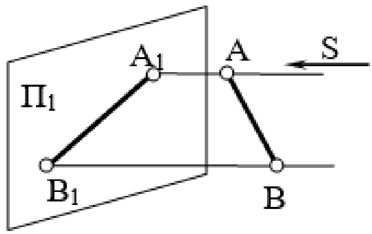


Рисунок 3.1 - Центральне проекціювання



$S \perp П_1$

Рисунок 3.2 - Паралельне проекціювання

Складові процесу проекціювання:

$П_1$ - площина проекцій;

S - напрям проекціювання або проекціюючий промінь;

A, B - точки, що проекціюються;

A_1,B_1- проекція точок A та B на площину $П_1$ у напряму S.

Надалі буде розглядатись тільки паралельне ортогональне проекціювання.

Пряма задача нарисної геометрії полягає у побудові проекцій предмету (точки) за заданим апаратом проекціювання.

Апарат проекціювання складають центр або напрям проекціювання (паралельне, ортогональне) та площина проекцій.

Зворотна задача (реконструкція) полягає у визначенні положення та розмірів предмета у просторі за його проекціями.

Для визначення положення та розмірів просторового об'єкта за його проекціями використовують двох проекційні креслення, тому що дві проекції об'єкта визначають його положення у просторі.

3.2 Метод Монжа. Проекціювання точки на дві та три площини

Уява про октанти та чверті.

Видатний французький вчений та політичний діяч Гаспар Монж (1746-1818) запропонував свій метод, який полягає у тому, що об'єкт у просторі проекціюється на дві або три взаємоперпендикулярні площини (Рисунок 3.4), які суміщаються докупи обертанням навколо лінії їх перетину.

Зображення суміщених площин проекцій разом з проекціями предмета називається комплексним кресленням або епюром (рисунок 3.5).

$П_1$ - горизонтальна площина проекцій;

$П_2$ - фронтальна площина проекцій;

$П_3$ - профільна площина проекцій;

A_1 - горизонтальна проекція точки А;

A_2 - фронтальна проекція точки А ;

A_3 - профільна проекція точки А ;

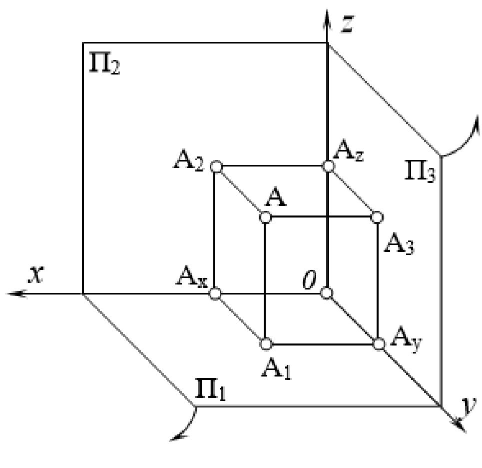


Рисунок 3.4 - Аксонометричне зображення

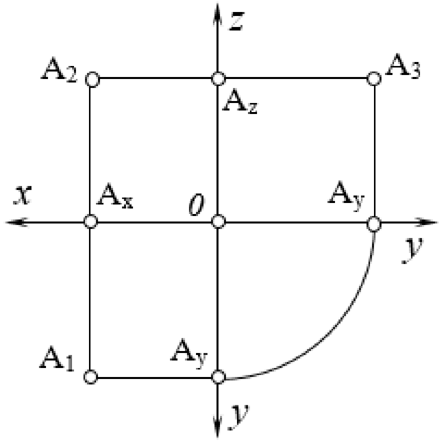


Рисунок 3.5 - Комплексне креслення

Проекції проекціюючих променів на площини проекцій утворюють лінії проекційного зв'язку. A_1 A_2 - О*x*.

Об'єднаємо із площинами проекцій відповідні площини координат прямокутної декартової системи. Якщо точка А у просторі має координати A(x,y,z), то горизонтальна проекція A_1(x,y,o), або просто A_1(x,y), фронтальна A_2(x,o,z), або A_2(x,z), профільна - A_3(o,y,z), або A_3(y,z).

Дві проекції точки дають змогу визначити три її координати та цим самим її положення у просторі.

Дві площини $П_1$ та $П_2$, якщо їх рахувати нескінченими, розділяють увесь простір на чотири чверті, а площини $П_1$, $П_2$, $П_3$ розділяють увесь простір на вісім октантів.

Октанти розрізняються один від одного знаками координат точок, які в них розташовані.

3.2.1 *Точки загального і окремого положення*

Точка як об’єкт відображення може займати різне положення відносно площин проекцій (рисунок 3.6).

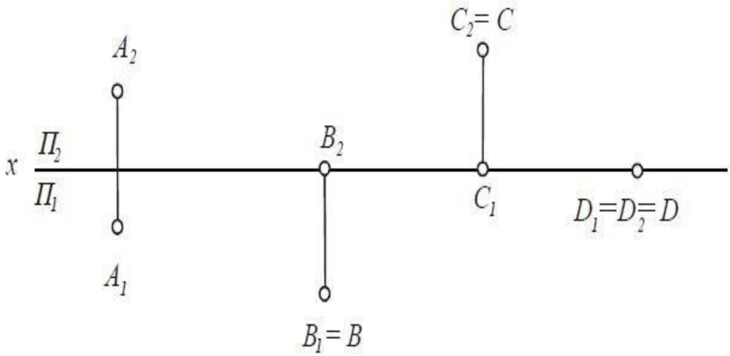


Рисунок 3.6 – Комплексне креслення точок

Висновки:

- відображення об’єктів тривимірного простору реалізується методом проекцій;
- за основний вид проектування прийнятий прямокутний (ортогональний);
- положення точки визначається трьома координатами в просторі або двома проекціями на кресленні, задати точку – означає, задати її проекції.

3.3 Визначення прямої. Визначник геометричного образу. Зображення прямої на комплексному кресленні

Прямою зветься лінія, вздовж якої відстань між її точками є мінімальною (рисунок 3.6).

У нарисній геометрії пряма розглядається як множина точок. Проекція прямої під час прямоліній-

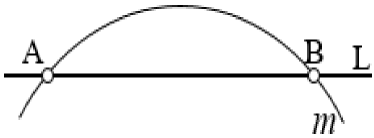


Рисунок 3.6 - До визначення прямої

ного проекціювання на площину є прямою лінією (рисунок 3.7).

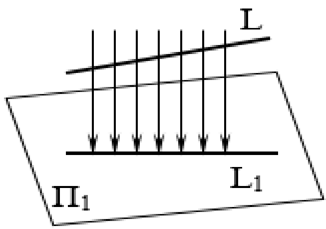


Рисунок 3.7 - Проекціювання прямої L на площину

Пряма визначається двома точками (рисунок 3.8), або однією точкою і відомим напрямком S (рисунок 3.9)

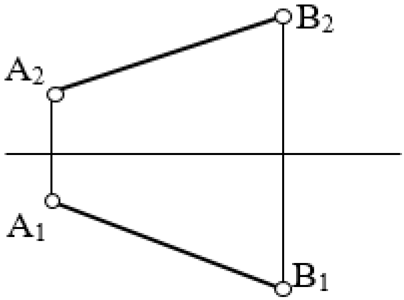


Рисунок 3.8 - Проекціювання прямої АВ на дві площини проекцій $П_1$ і $П_2$

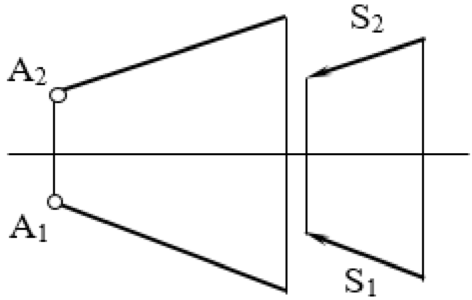


Рисунок 3.9 - Проекціювання прямої, що задана точкою та напрямом S, на дві площини проекцій П1 та П2

Сукупність незалежних геометричних елементів та умов, що однозначно визначають образ у просторі, називається визначником цього образу.

Дві точки А та В (рисунок 3.8) та точка А з напрямом S (рисунок 3.9) є визначниками прямої.

Аналогічно до проекціювання точки, дві проекції прямої однозначно визначають її положення у просторі.

3.4 Точка на прямій. Відносне положення прямої та площини проекцій.

Точка може належати до прямої, або не належати до неї. Інцидентність (належність) точки прямій лінії встановлюють за
комплексним кресленням: точка належить до прямої, якщо її проекції належать до однойменних проекцій прямої (рисунок 3.10).

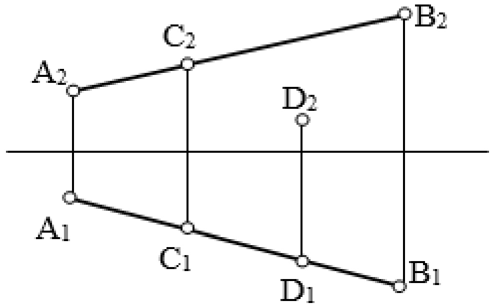


Рисунок 3.10 - Інцидентність точки прямій лінії

Пряма може займати різноманітні положення відносно площин проекцій:

1 Пряма загального положення - пряма, що не паралельна і не перпендикулярна до площин проекцій. На кресленні зображується двома прямими (проекціями) (рисунок 3.8; 3.9; 3.12).

2 ***Пряма рівня*** - пряма, що паралельна хоча б до однієї з площин проекцій. На кресленні одна з її проекцій паралельна до відповідної осі (рисунок 3.11, 3.12, 3.13).

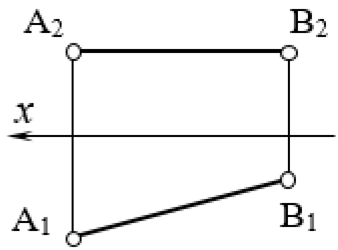


Рисунок 3.11 - АВ // П$_1$ – Горизонтальна пряма

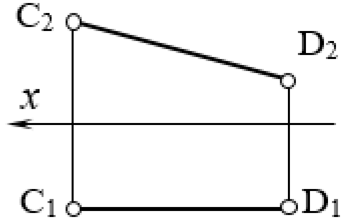


Рисунок 3.12 - CD // П$_2$ – Фронтальна пряма

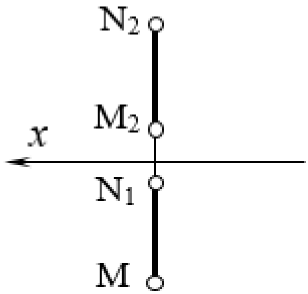
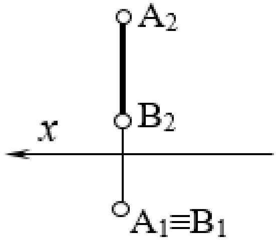


Рисунок 3.13 - MN // П$_3$ - Профільна пряма

3 ***Проекціююча пряма*** - пряма, що перпендикулярна до будь-якої площини проекцій. Одна з проекцій є точкою, а друга є прямою, перпендикулярною до відповідної осі (рисунок 3.14, 3.15, 3.16).



(≡) – ознака збіжності образів;

Рисунок 3.14 - AB $\perp$ П$_1$ – Горизонтально - проекціювальна пряма

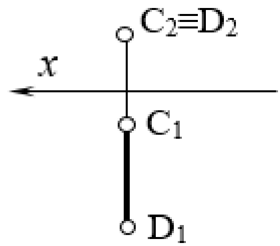


Рисунок 3.15 - CD $\perp$ П$_2$ – Фронтально - проекціюваньна пряма

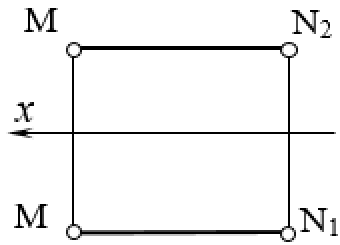


Рисунок 3.16 - MN $\perp$ П$_3$ – Профільно - проекціюваньна пряма

Точки, які належать до однієї проекціюючої прямої, називаються конкуруючими, тобто на одній з площин їх проекції збігаються. За їх допомогою визначається видимість геометричних фігур на кресленні (точки А та В на прямій АВ (рисунок 3.14), точки С та D на прямій CD (рисунок 3.15), M та N на прямій MN (рисунок 3.16).

3.5 Побудування на кресленні натуральної величини відрізка прямої загального положення та кутів нахилу прямої до площин П$_1$ та П$_2$.

Якщо відрізок прямої займає загальне положення у просторі, то ні на одній основній площині проекцій не можна визначати і натуральну величину.

Для того, щоб визначити натуральну величину відрізка прямої, необхідно побудувати прямокутний трикутник, основний катет якого дорівнює проекції відрізка на одну з площин проекцій, а додатковий катет дорівнює різниці відстаней кінців відрізка до тієї площини проекцій, на якій обрано основний катет.

Гіпотенуза побудованого трикутника і буде натуральною величиною відрізка прямої, а кут між гіпотенузою та основним катетом є кутом нахилу прямої до тої площини проекцій, на якій обрано основний катет (рисуноки 3.17 і 3.18).

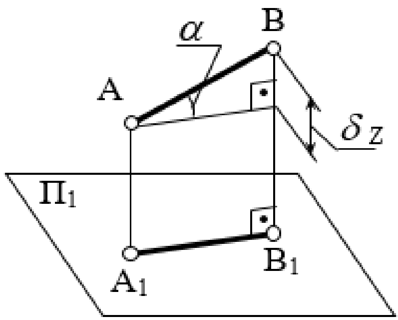
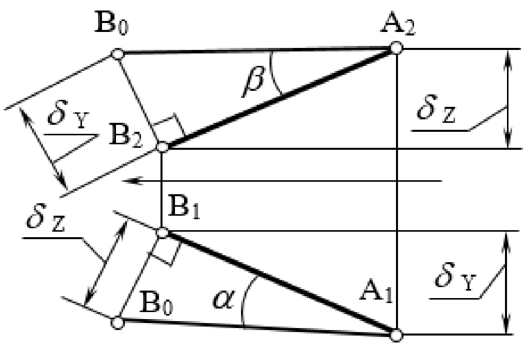


Рисунок 3.17 - Аксонометричне зображення



A_1B_0 та A_2B_0 – натуральна величина відрізку AB; α - кут нахилу AB до $П_1$, β - кут нахилу AB до $П_2$

Рисунок 3.18 - Комплексне креслення

Тест для поточного контролю

1. Як називається площина проекцій Π_2 (рисунок 3.19) ?
2. Як називається лінія A_1A_2?
3. Яка з точок лежить в горизонтальній площині проекцій?
4. Яка з точок найбільш віддалена від фронтальної площини проекцій?
5. Глибина якої точки дорівнює нулю?
6. Які координати визначають точку, що лежить у профільній площині проекцій: X і Y; Y і Z; X і Z; X, Y і Z?
7. Яка з точок лежить на осі Y?

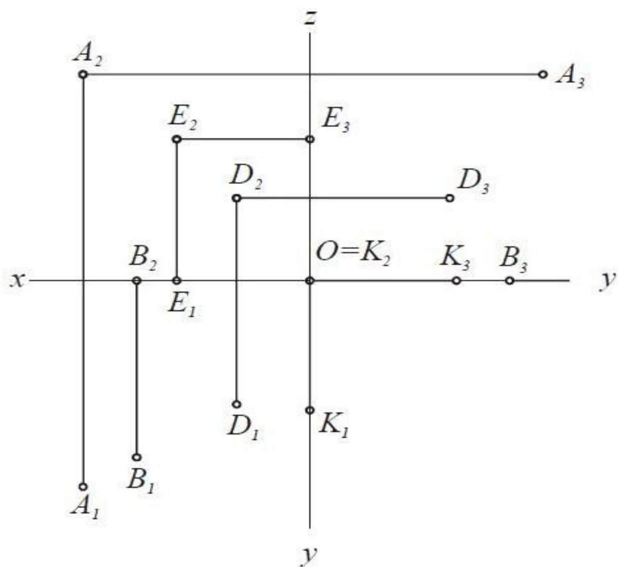


Рисунок 3.19 – Епюр точок

8. Указати номер комплексного креслення відрізку прямої загального положення (рисунок 3.20).

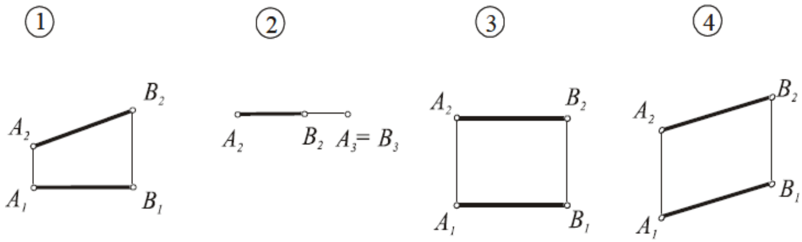


Рисунок 3.20 - Комплексне креслення відрізку прямої

9. На якому кресленні зображені проекції профільно-проектувальної прямої (рисунок 3.21)?

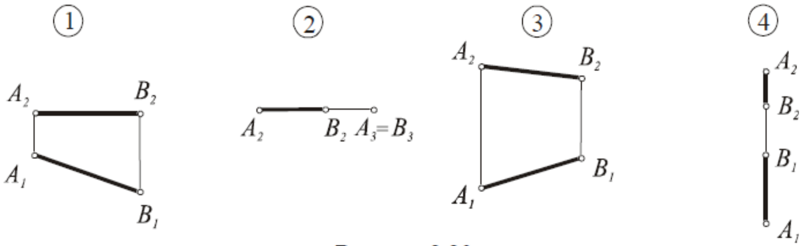


Рисунок 3.21 - Комплексне креслення відрізку прямої

10. Як одна відносно другої розташовані прямі a і b (рисунок 3.22)?

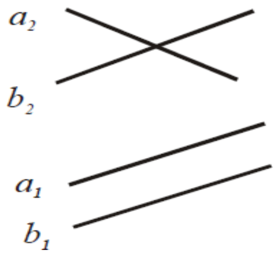


Рисунок 3.22 - Комплексне креслення двох прямих

11. На якому кресленні задані проекції прямих, які перетинаються (рисунок 3.23)?

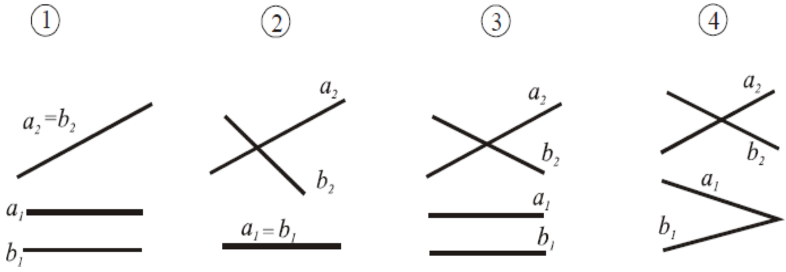


Рисунок 3.23- Комплексне креслення двох прямих

12. На якому кресленні пряма *a* не перпендикулярна до прямої *b ()*?

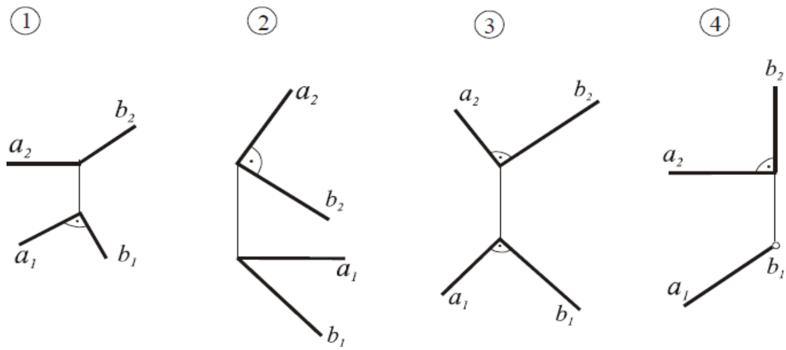


Рисунок 3.24 - Комплексне креслення двох прямих

4 ВІДНОСНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПРЯМИХ ПЛОЩИНА. ПРЯМА ТА ТОЧКА У ПЛОЩИНІ

4.1 Взаєморозташування двох прямих. Взаємоперпендикулярні прямі. Теорема про проекціювання прямого кута

Прямі ***перетинаються***, якщо мають одну спільну точку. Прямі ***паралельні***, якщо розташовані у одній площині, але не мають спільної точки. Прямі ***мимобіжні***, якщо не розташовані у одній площині та не мають спільної точки. Про взаємо розташування прямих судять за їх проекціями:

1. ***Прямі, що перетинаються*** (символ - $\times$).

Прямі перетинаються, якщо точки перетину однойменних проекцій прямих належать до однієї лінії проекційного зв'язку (рисунок 4.1).

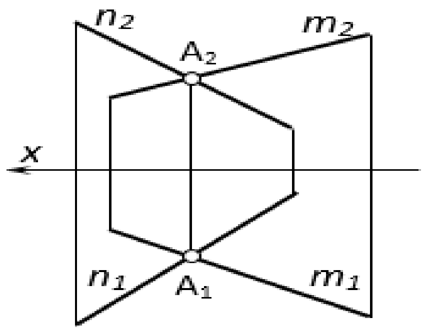


Рисунок 4.1 - Прямі, що перетинаються

2. ***Паралельні прямі*** (символ - //).

Прямі є паралельними, якщо їх однойменні проекції паралельні між собою (рисунок 4.2).

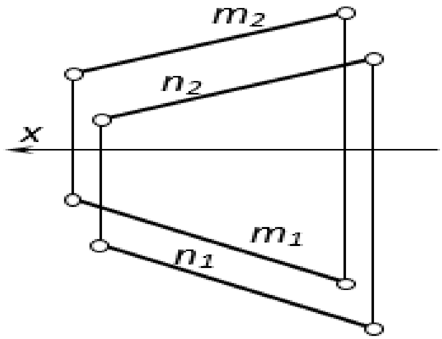


Рисунок 4.2 - Паралельні прямі

3. ***Прямі мимобіжні*** (символ - $\dot{-}$)., якщо не задовольняються умови їх паралельності або перетину (рисунок 4.3).

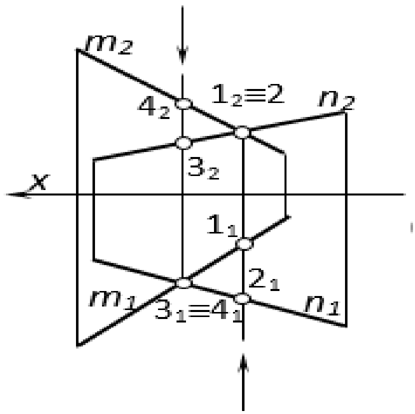


Рисунок 4.3 - Прямі мимобіжні

Для прямих, що перехрещуються характерним є наявність конкуруючих точок.

Це точки, розташовані на прямих, що перехрещуються та належать до одного проекціювального променя, тобто їх проекції на одній з площин збігаються.

За їх допомогою визначається видимість геометричних фігур на кресленні (рисунок 4.3).

Особливий інтерес викликають взаємо перпендикулярні прямі, тому що відрізок перпендикуляра є мірою відстані від точки до прямої, площини, відстані між двома точками, двома паралельними прямими, площинами та т.ін.

Сформулюємо теорему.

Прямий кут перетину або перехрещування проектується на площину у прямий, якщо хоча б одна із сторін цього кута паралельна площині проекцій.

Розглянемо рисунок 4.4.

Відповідно до теореми кут ABC (рисунок 4.4) спроектується до прямого кута A_1, B_1, C_1, тому що BC // $П_1$.

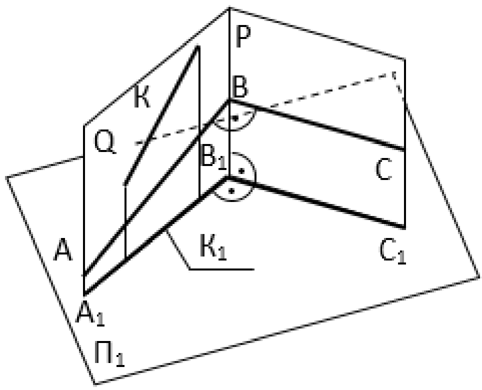


Рисунок 4.4 - До теореми про проекціювання прямого кута

Приклади:

Через т.А провести пряму *m*, перпендикулярну до прямої рівня *n*.

Якщо поставити вимогу, щоб розшукувана пряма перетиналася із заданою прямою рівня під прямим кутом, то рішення є єдиним (рисунок 4.5).

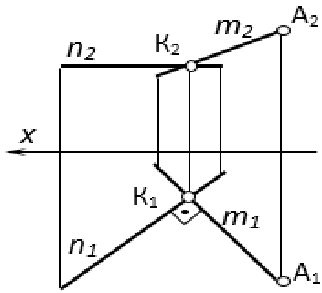


Рисунок 4.5 - Прямі перетинаються під прямим кутом

У загальному випадку через т.А проходить пучок прямих, що перехрещуються з прямою n під прямим кутом.

Горизонтальні проекції розшукуваних прямих збігаються. Одне з можливих рішень приведено на (рисунок 4.6).

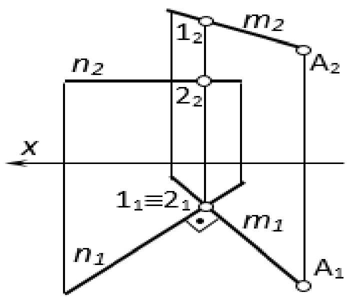


Рисунок 4.6 - Мимобіжні ортогональні прямі

4.2 Проекціювання багатогранника. Визначення кількості вершин багатогранника за його кресленням

Аналогічно вище розглянутому можна побудувати довільний багатогранник, тому що основою його структури є вершини - точки. Кількість вершин розраховується в результаті комплексного розглядання, двох (а іноді трьох) проекцій багатогранника (рисунок 4.7).

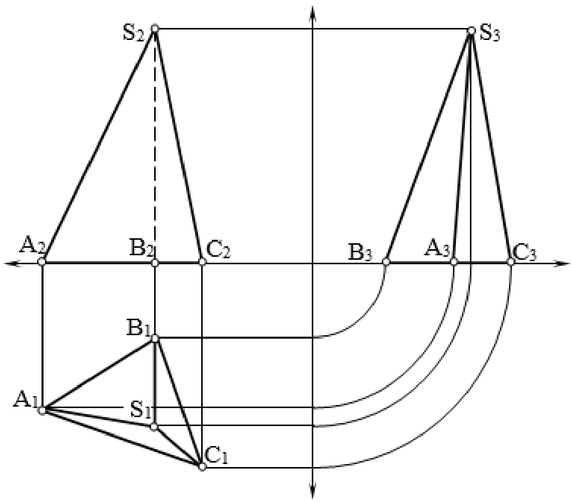


Рисунок 4.7 - Проекціювання багатогранника

4.3 Визначення площини. Визначники площини. Зображення площини на комплексному кресленні

Площину можна розглядати як окремий випадок поверхні, з якою пряма будь-якого напряму збігається усіма своїми точками.

Площина може бути завданою:

1 Трьома точками, що не лежать на одній прямій - рисунок 4.8. (базовий визначник).

2 Прямою та точкою поза прямою – рисунок 4.9.

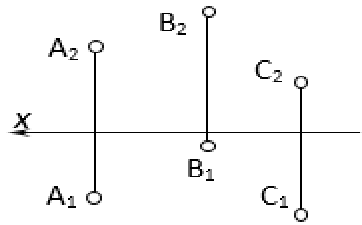


Рисунок 4.8 - Площина Р(А,В,С)

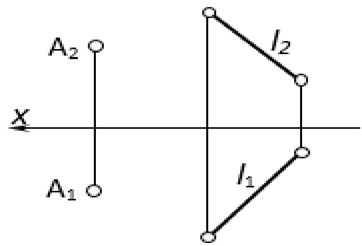


Рисунок 4.9 - Площина Р(*l*,А)

3 Двома прямими, що перетинаються – рисунок 4.10.

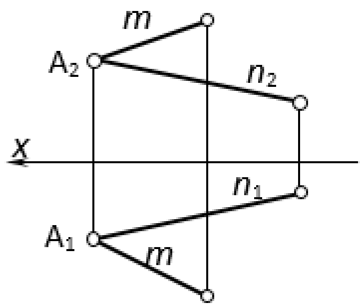


Рисунок 4.10 - Площина Р(*m* х *n*)

5 Двома паралельними прямими – рисунок 4.11.

6 Будь яким плоским багатокутником – рисунок 4.12.

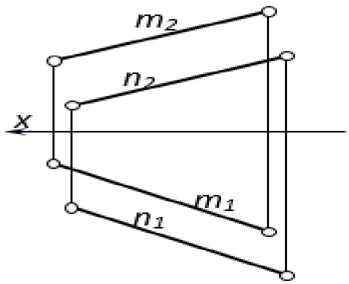


Рисунок 4.11 - Площина P(*m//n*)

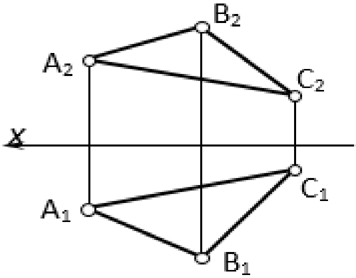


Рисунок 4.12 - Площина P(∆ABC)

7 На кресленні площина може бути завданою також слідами, тобто лініями, за якими площина перетинає площини проекцій (рисунок 4.13)

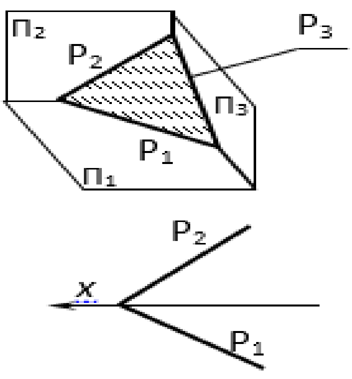


Рисунок 4.13 – Площина P задана слідами P_1 і P_2

4.4 Положення площини відносно площин проекцій

У залежності від положення, яке займає площина по відношенню до площин проекцій, розрізняють:

1 ***Площина загального положення*** - це площина, що не перпендикулярна ні до однієї з площин проекцій (рисунки 4.1–рисунок 4.6).

2 ***Площина прекціююча*** - це площина, яка перпендикулярна до будь-якої площини проекцій (рисунки 4.14....4.16).

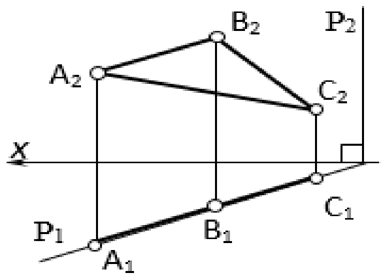


Рисунок 4.14 - Горизонтально - проекціююча площина $P \perp П_1$

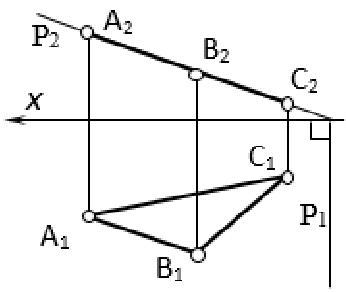


Рисунок 4.15 - Фронтально-проекціююча площина $P \perp П_2$

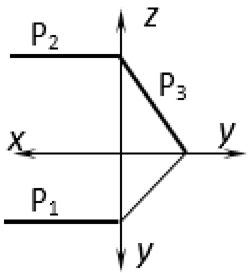


Рисунок 4.16 – Профільно-проецююча площина (слід проекції)

Слідом – проекцією називається лінія перетину площини з тією площиною, по відношенню до якої дана площина перпендикулярна.

Збиральна властивість проекціюючих площин.

Будь-яка пряма, плоска фігура, що належить до проекціюючої площини, проектується на слід - проекцію цієї площини.

3 ***Площина рівня*** - це площина, паралельна до якої-небудь площини проекцій (рисунки 4.17....4.19).

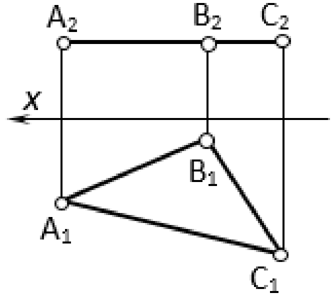


Рисунок 4.17 - Горизонтальна площина P // $П_1$

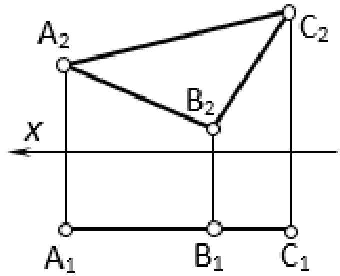


Рисунок 4.18 - Фронтальна площина Q // П2

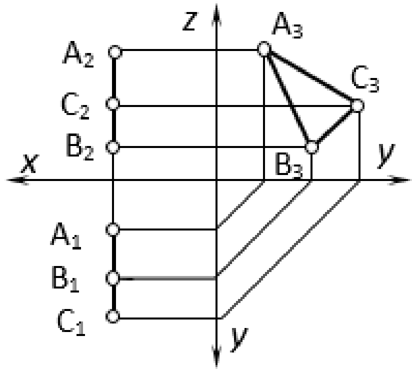


Рисунок 4.19 - Профільна площина R // П3

4.5 Пряма та точка у площині

Пряма належить до площини, якщо дві її точки належать до площини, або коли вона проходить через точку, що належить площині та паралельна до іншої прямої, що належить площині.

Точка належить до площини, якщо вона належить прямій, що належить площині (рисунок 4.20).

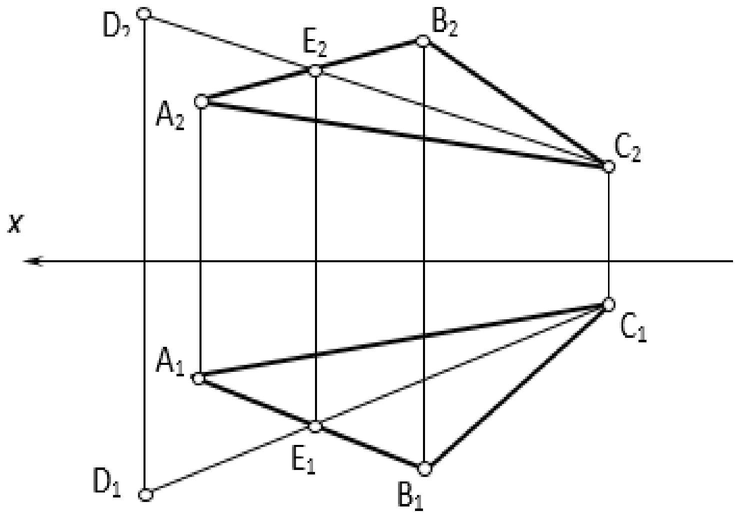


Рисунок 4.20 - Інцидентність точки D площині Р (ΔАВС)

4.6 Головні (особливі) лінії площини

Горизонталь - пряма, що належить до площини та паралельна горизонтальній площині проекцій (рисунок 4.21).

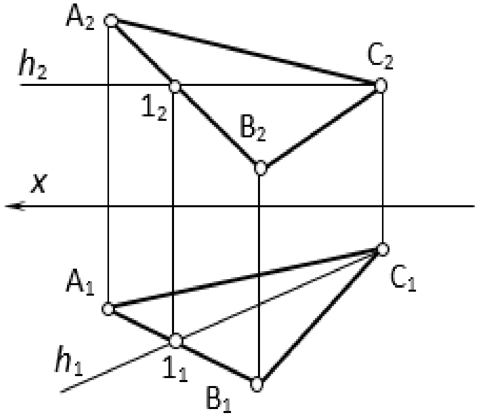


Рисунок 4.21 - Горизонталь площини Р(ΔАВС)

Фронталь - пряма, що належить до площини та паралельна фронтальній площині проекцій (рисунок .22).

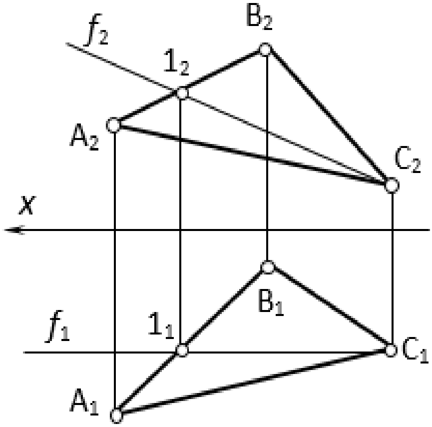


Рисунок 4.22 - Фронталь площини Р(ΔАВС)

Сліди площини є горизонталлю та фронталлю нульового рівня. Горизонталь та фронталь часто використовуються для завдання площин, тому що вони дозволяють виявити орієнтацію площини відносно площин проекцій.

Профільна пряма це лінія, що належить до площини та паралельна профільній площині проекцій.

Лінія найбільшого схилу - це пряма, що належить до площини та складає із горизонтальною площиною найбільший кут.

На основі теореми про проекціювання прямого кута горизонтальна проекція лінії найбільшого схилу є перпендикулярною до горизонтальної проекції горизонталі (рисунок 4.23).

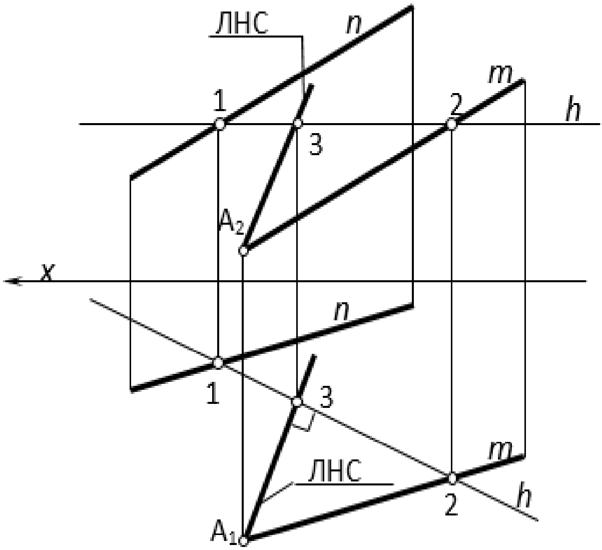


Рисунок 4.23 - Лінія найбільшого схилу

Лінія найбільшого схилу однозначно визначає площину на комплексному кресленні та у просторі.

Тест для поточного контролю

1 На якому кресленні задані проекції прямих, які перетинаються (рисунок 4.24)?

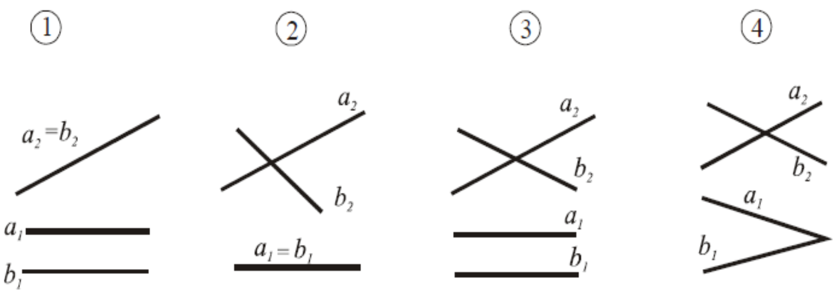


Рисунок 4.24 – Комплексне креслення площини

2 На якому кресленні пряма *a* не перпендикулярна до прямої *b* (рисунок 4.25)?

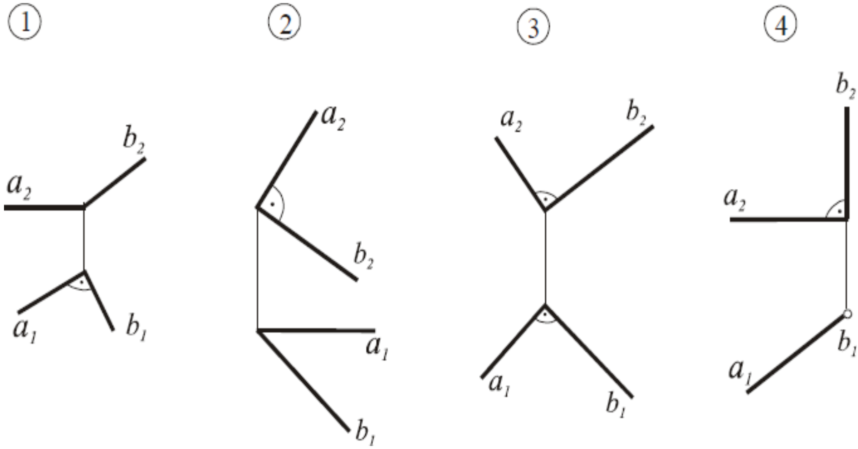


Рисунок 4.25 – Комплексне креслення площини

3 На якому кресленні площина займає окреме положення (рисунок 4.26)?

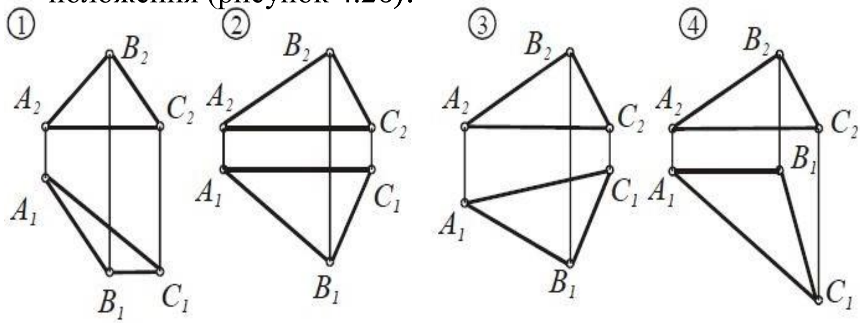


Рисунок 4.26 – Комплексне креслення площини

4 На яких кресленнях задана фронтально-проектувальна площина (рисунок 4.27)?

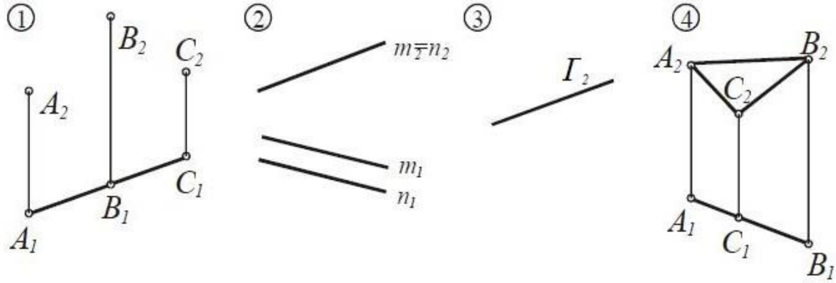
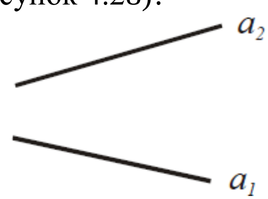


Рисунок 4.27 – Комплексне креслення площини

5 Яку площину неможливо провести через пряму а (рисунок 4.28)?



– загального положення

– проектувальну

– рівня

Рисунок 4.28 – Комплексне креслення прямої

6 На яких кресленнях точка належить заданій площині (рисунок 4.29)?

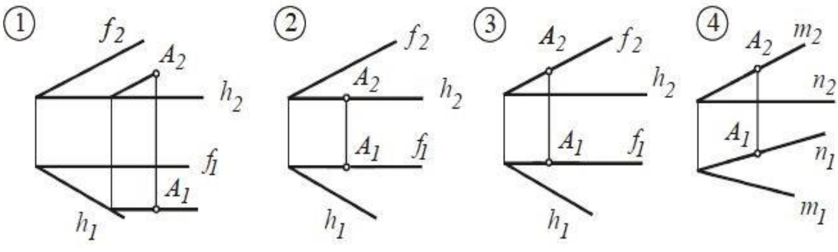


Рисунок 4.29 – Комплексне креслення прямої

7 Яка сторона трикутника ABC є фронталлю (рисунок 4.30)?

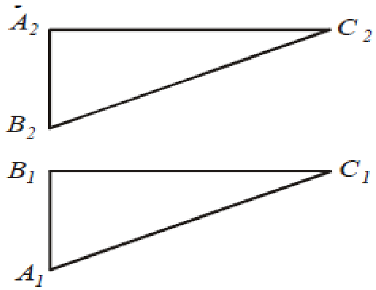


Рисунок 4.30 – Комплексне креслення прямої

8 На якому кресленні є зображення трикутника ABC у натуральну величину (рисунок 4.31)?

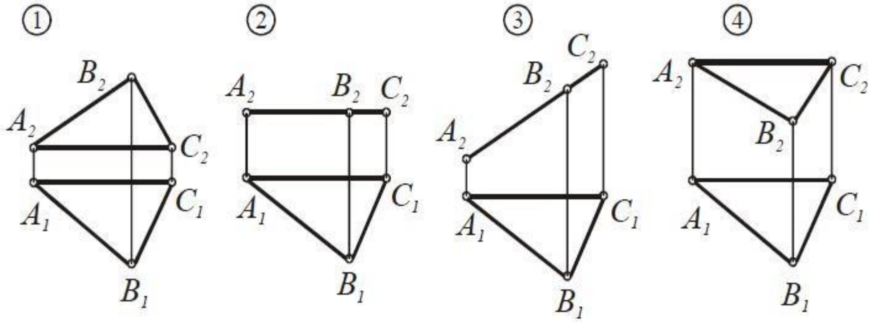


Рисунок 4.31 – Комплексне креслення прямої

5 ВЗАЄМОРОЗТАШУВАННЯ ДВОХ ПЛОЩИН, ПРЯМОЇ ЛІНІЇ ТА ПЛОЩИНИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ ТА ПЛОЩИН

5.1 Взаєморозташування двох площин

Площини можуть бути паралельними або перетинатися.

Площини є паралельними, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини (рисунок 5.1).

Дві площини можуть перетинатися під довільним кутом, або бути перпендикулярними.

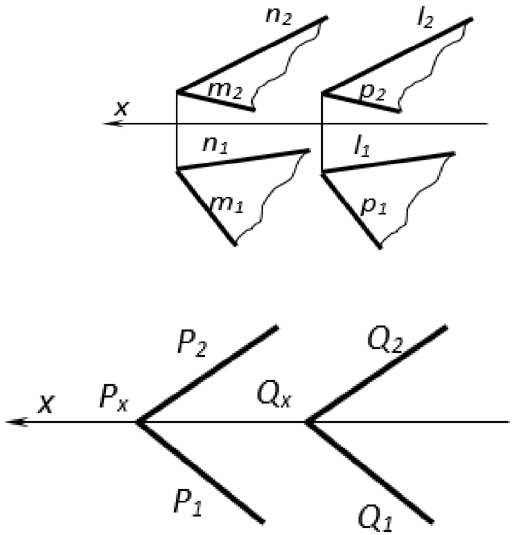


Рисунок 5.1- Площини паралельні

Лінією перетину двох площин називають пряму, що належить одночасно до двох площин. Для побудови лінії перетину двох площин (тобто прямої) необхідно та достатньо визначити:

1 Дві точки, що належать одночасно до обох площин (рисунок 5.2а).

2 Одну загальну точку та напрям лінії перетину (рисунок 5.2б).

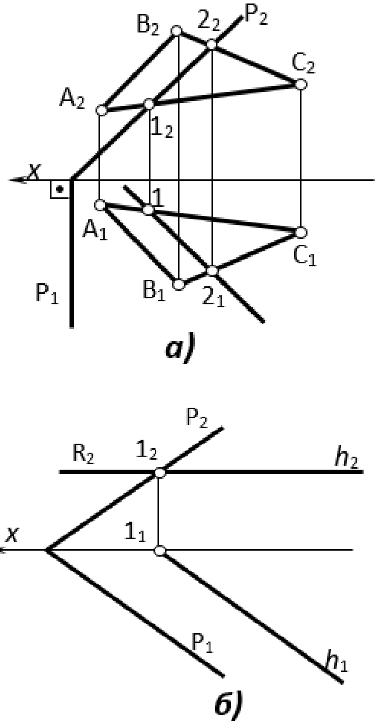


Рисунок 5.2. Площини, що перетинаються:
а) - лінія перетину визначається за двома точками; б) - лінія перетину визначається за однією точкою.

Метод посередника

Якщо площини, які перетинаються, задані визначниками такого виду, що безпосереднє визначення загальних для обох площин точок важко або неможливе, то для знаходження спільних точок ці площини перетинають третьою площиною - посередником, обираючи його розташовування так, щоб посередник перетинав кожну задану площину за зручними для побудови прямими. Перетин двох цих прямих і визначає точку, спільну для усіх трьох площин (рисунок 5.3).

Алгоритмом називають послідовність певних операцій (нарисній геометрії - графічних), необхідних для розв'язання задачі.

Алгоритм:

1 Проводимо додаткову площину - посередник R (як правило площина рівня або проекцююча).

2 Будуємо лінію перетину площини – посередника із першою площиною $R \times P = h^1\left(h_1^1, h_2^1\right)$.

3. Будуємо лінію перетину площини – посередника із другою площиною

$$Q[\Delta ABC] R \times O = h^2\left(h_1^2, h_2^2\right).$$

4. Точка перетину побудованих ліній і є точкою розшукуваної лінії перетину $1{,}2 \times 3{,}4 = M$.

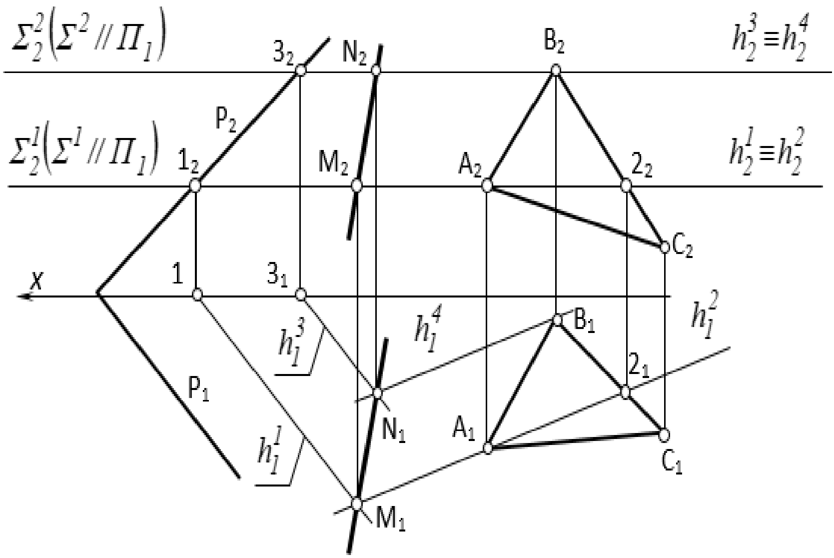


Рисунок 5.3 - Побудова ліній перетину двох площин методом посередників

Аналогічно знаходимо і другу точку (N).

Отримані дві точки визначають шукану лінію перетину двох площин.Метод посередників часто використовується і далі для визначення загальних точок різноманітних геометричних образів.

5.2 **Взаєморозташування прямої лінії та площини**

Відомі такі випадки взаєморозташування прямої лінії та площини:

1 Пряма належить до площини (дивись розділ 4).

2 Пряма є паралельною до площини, якщо вона є паралельною до прямої лінії даної площини (рисунок 5.4).

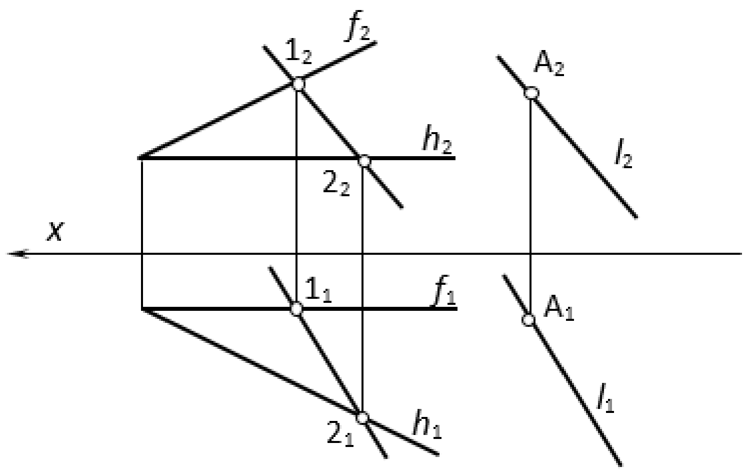


Рисунок 5.4 - Пряма *l* паралельна площині

3 Пряма перетинається з площиною у точці, для визначення якої використовують умови належності (інцидентності) точки до прямої, розглянуті раніше.

Для побудови цієї точки використовують метод посередника (рисунок 5.5).

Задача. Визначити точку *K* перетину прямої *l* з площиною $l \times P(\Delta ABC) = K$.

Алгоритм:

1 Через пряму l проводимо площину - посередник, наприклад, R П2 .

3 Будуємо лінію 1-2 перетину площин P та R.

4 Визначаємо точку K перетину прямих l та 1-2.

Видимість прямої l (відносно непрозорого ABC) визначається для кожної із проекцій за допомогою конкуруючих точок.

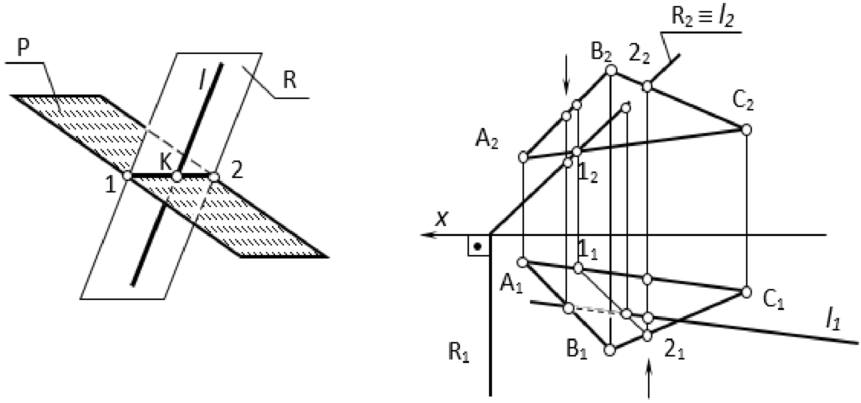


Рисунок 5.5 - Побудова точки перетину прямої *l* з площиною $P[\Delta ABC]$

5.3 Перпендикулярність прямих та площин

5.3.1 Пряма, що перпендикулярна до площини.

Пряма є перпендикулярною до площини, якщо вона перпендикулярна до двох прямих, що належать до площини і перетинаються. Для використання цієї умови на кресленні у якості прямих, що перетинаються, зручно брати фронталь та горизонталь площини (рисунок 5.6).

Теорема про перпендикулярність прямої та площини:

Пряма є перпендикулярною до площини, якщо горизонтальна проекція прямої перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронтальної проекції фронталі.

Для того, щоб її довести, достатньо скористатися теоремою про проекціювання прямого кута у випадку, коли площина задана горизонталлю та фронталлю (рисунок 5.6).

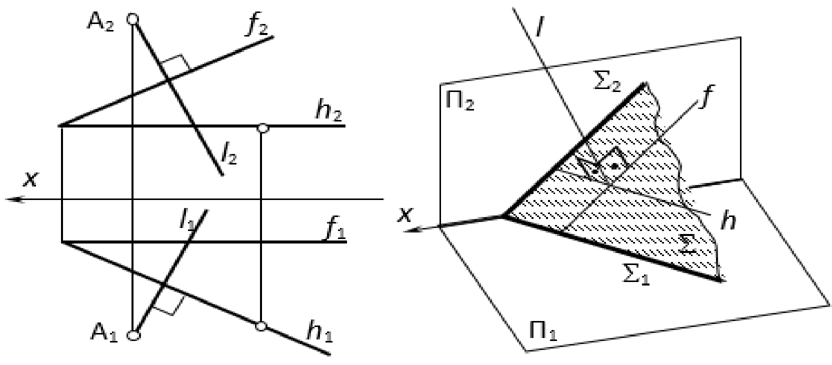


Рисунок 5.6 - Пряма, що перпендикулярна до площини

5.3.2 Взаємо перпендикулярні площини.

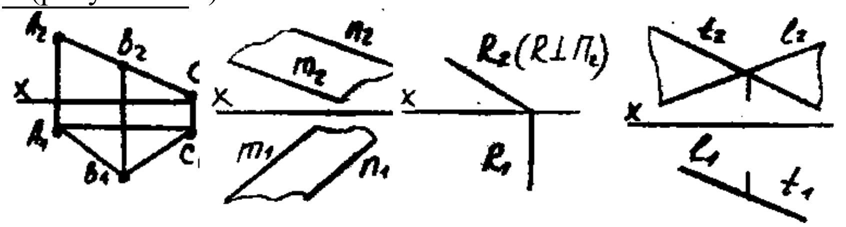
Дві площини є взаємо перпендикулярними, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до другої площини.

*5.3.3 **Взаємо перпендикулярні прямі**.*

Прямі є взаємо перпендикулярними, якщо одна з них лежить у площині, що перпендикулярна до другої прямої.

Тести по поточній темі

1. Яка із площин паралельна заданій площині (рисунок 5.7)?



Задана площина	$\Sigma(n \parallel m)$	$R(R\perp\Pi_2)$	$\psi\ (\ell\times t)$

Рисунок 5.7 – комплексні креслення площин

2. Яке положення відносно один одного займають площини (рисунок 5.8)?

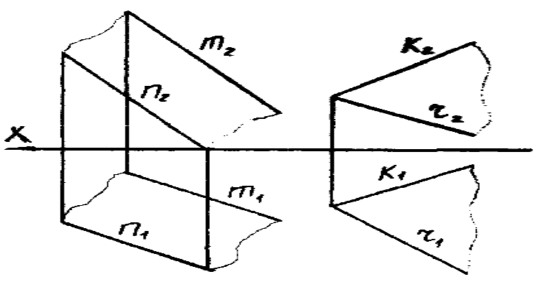


Рисунок 5.8 – комплексні креслення площин

3. Як зветься пряма по якій перетинаються задані площини (рисунок 5.9)?

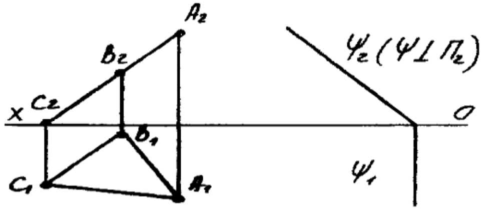


Рисунок 5.9 – комплексні креслення площин

4 На якому кресленні правильно побудована точка перетину **К** прямої ***l*** з площиною **Г (АВС)** і показана видимість прямої (рисунок 5.10)?

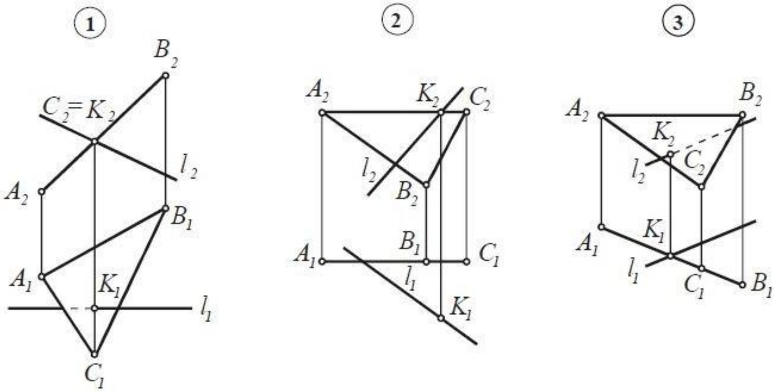


Рисунок 5.10 – Точка перетину прямої з площиною

5 Яка з прямих l, m, n перпендикулярна до площини P(ΔDEF) (рисунок 5.11)?

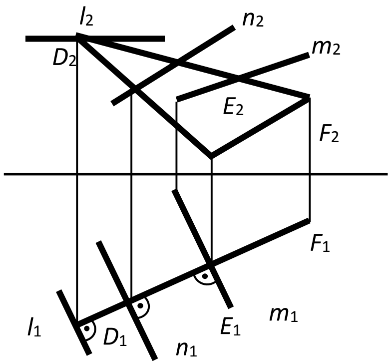


Рисунок 5.11 – Комплексні креслення площин

6 Яка з прямих *l*, *m*, *n*, що проходе через точку *A* перпендикулярна до площини *P*(Δ*DEF*) (рисунок 5.12)?

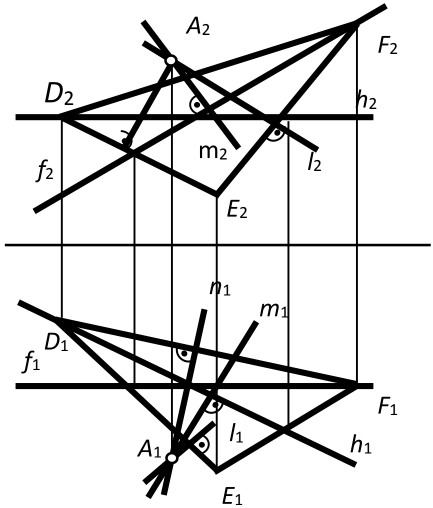


Рисунок 5.12– комплексні креслення площин

7 Яка з точок *A*, *B*, *C* найменш віддалена від площини *P*(*m*||*n*) (рисунок 5.13) ?

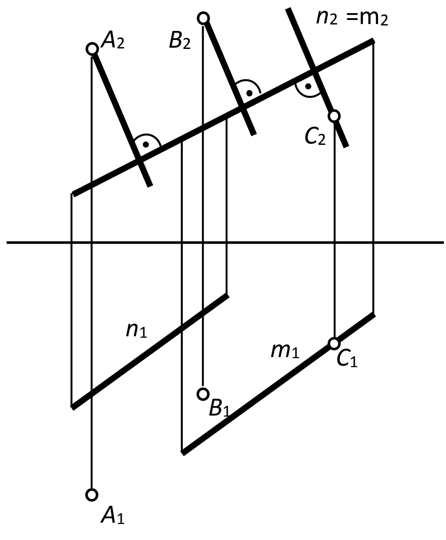


Рисунок 5.13 – комплексні креслення площин

6 СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО КРЕСЛЕННЯ

6.1 **Суть способів перетворення комплексного креслення**

Для розв'язання метричних та позиційних задач використовують способи перетворення креслення (обертання та зміна площин проекцій),які полягають у зміні взаємо розташування геометричного образу та площин проекцій.

В результаті обертання геометричний образ займає окреме положення відносно нерухомих площин проекцій. У другому випадку площини проекцій замінюють новими, які займають окреме положення відносно нерухомого геометричного образу.

6.2 Обертання навколо проекціюючої прямої

Під час обертання усі точки фігури, що обертається, описують у просторі дуги кіл, площини яких є перпендикулярними до осі обертання. Центри цих дуг розташовуються на осі обертання, а радіуси являють собою найкоротшу відстань від точок, що обертаються навколо осі.

Для спрощення побудови осі обертання розташовують перпендикулярно до однієї з площин проекцій.

Під час обертання точки навколо горизонтально – проекціюючої осі горизонтальна проекція точки переміщується за колом з центром у горизонтальній проекції осі обертання, а фронтальна – за прямою, паралельною до осі О***x*** (рисунок 6.1).

Алгоритм способу обертання навколо проекціюючої прямої.

1 Через точку А проводимо площину переміщення Р (Р// П1) - Р і.

2 Знаходимо центр обертання Р і=2.

3 Визначаємо радіус обертання ОА = R.

4 Знаходимо натуральну величину радіуса обертання А1О1 = R об.н.в.

5 Будуємо нове положення точки А ( ), яке вона займатиме опісля повороту на кут φ.

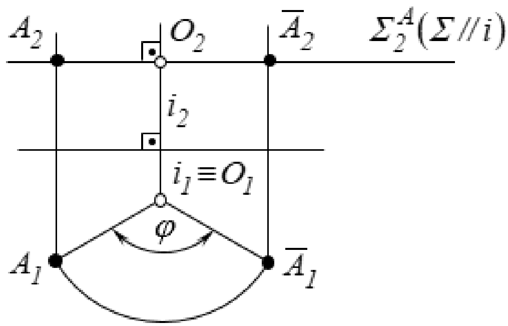


Рисунок 6.1 - Обертання точки А навколо осі і$\perp$П$_1$

Навпаки, якщо вісь обертання розташована перпендикулярно до площини П$_2$, то горизонтальні проекції точок будуть переміщуватися за прямою, паралельною осі О***x***, а фронтальна - за колом (рисунок 6.2).

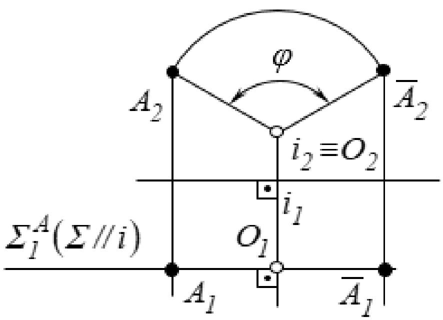


Рисунок 6.2 - Обертання точки А навколо осі і$\perp$П$_2$

Обертання будь–якої фігури навкруг проекцюючої прямої зводиться до обертання точок цієї фігури (рисунок 6.3).

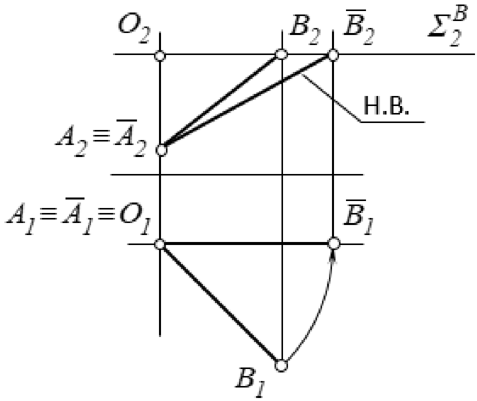


Рисунок 6.3 - Визначення натуральної величини відрізку АВ способом обертання навколо осі і.

Точка А, яка розташована на осі і, після повороту не змінює свого розташування.

Для побудови точки В дотримуємося алгоритму обертання навколо проекцюючої прямої (дивись вище).

6.3 Перетворення креслення за способом заміни площин проекцій

Під час розв'язання практичних задач за способом заміни площин проекцій необхідно враховувати, як правило, дві обставини:

– *нова площина проекцій має бути перпендикулярною до однієї із завданих площин проекцій, забезпечуючи таким чином ортогональність нової системи площин проекцій;*

– нова площина проекцій має займати окреме положення відносно геометричного образу, забезпечуючи при цьому спрощення розв'язання задачі.

Площина $П_4$ перетинається з площиною $П_1$ за прямою X_{14}, яка позначує нову вісь проекцій. Розташування горизонтальної проекції A_1 точки А залишається без зміни, тому що т. А та площина $П_1$ не змінюють свого розташування у просторі. Для знаходження нової фронтальної проекції точки A_4, достатньо спроектувати ортогонально т. А на площину $П_4$ (рисунок 6.4).

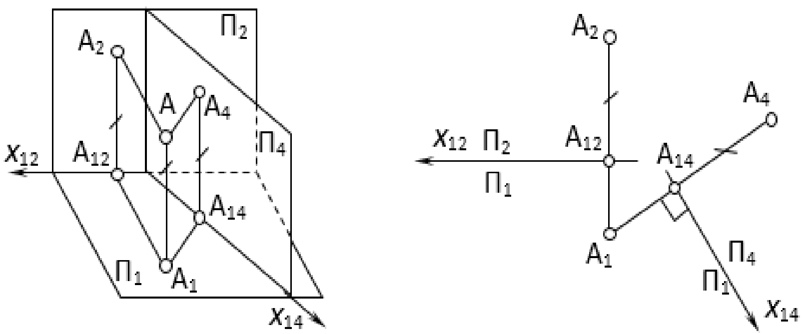


Рисунок 6.4 - Схема отримання "нової" проекції точки в новій системі

Нова проекція точки будується за наступною схемою:

1 З незмінної проекції точки (A_2) проводять лінію зв'язку перпендикулярно до нової осі X_{14}.

2 Від нової осі (X_{14}) до нової проекції (A_4) відкладають відстань, що дорівнює відстані від змінної проекції точки (A_2) до змінної осі (x).

$$Ax_{14}A4 = A2Ax_{12}.$$

6.4 Основні задачі способу заміни площин проекцій

6.4.1 ***Пряму загального положення перетворити в пряму рівня***

Нову вісь проводять паралельно до однієї з проекцій прямої (рисунок 6.5).

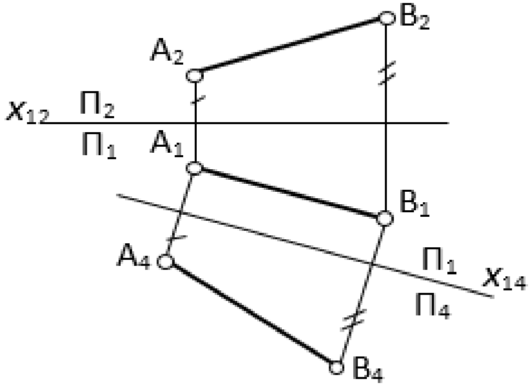


Рисунок 6.5 – Перетворення прямої загального положення в пряму рівня

6.4.2 ***Пряму рівня перетворити у проекцюючу пряму***

Нова площина проекцій обирається перпендикулярно до прямої рівня (рисунок 6.6).

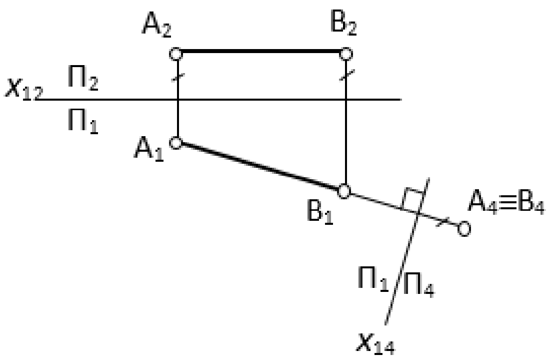


Рисунок 6.6 - Перетворення прямої загального положення в проекцюючу пряму

6.4.3 Площину загального положення перетворити у проекцюючу площину

Нова площина проекцій обирається перпендикулярно до лінії рівня (до горизонталі) на рисунку 6.7 та вирішується задача 6.4.2.

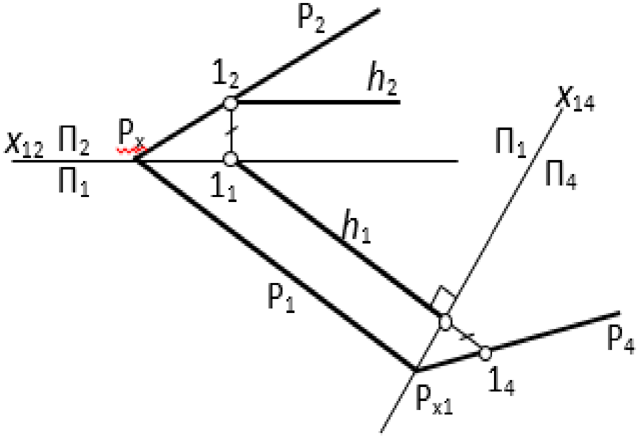


Рисунок 6.7 – Перетворення площини загального положення в проекцюючу

6.4.4 Проекцюючу площину перетворити в площину рівня

Нова площина проекцій проводиться паралельно до завданої площини (рисунок 6.8).

6.5 Метричні задачі

Метрична задача - це задача, що зв'язана з визначенням натуральної величини відрізків або кутів.

Наприклад:

1 Визначення натуральної величини відрізка розв'язанням задачі 6.4.1 (рисунок 6.5) за способом

заміни площин проекцій або обертанням навколо проекцюючої осі (рисунок 6.3).

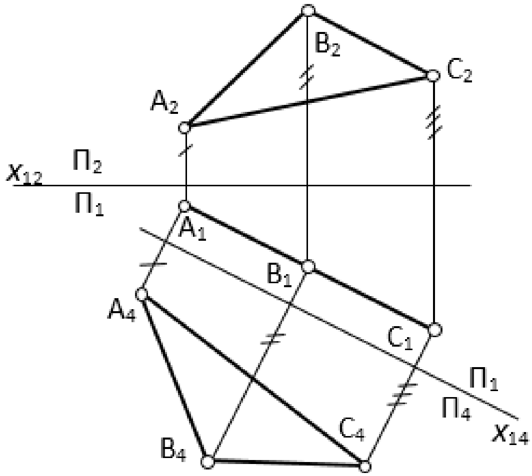


Рисунок 6.8 – Перетворення площини проекцюючої в площину рівня

2 Визначення натуральної величини плоскої фігури послідовним розв'язанням задачі 6.4.3 та 6.4.4 за способом заміни площин проекцій (рисунок 6.7, 6.8).

Перелік метричних задач, які можна розв’язати з використанням способів перетворювання комплексного креслення:

Відстань між: двома точками, точкою та прямою, паралельними прямими, точкою та площиною, паралельними площинами, прямими, що перехрещуються.

Кут між: двома прямими, що перетинаються (перехрещуються), прямою та площиною, двома площинами.

Розв’язання складних задач неможливо без попереднього візначення геометричного місця точок, прямих або площин.

Геометричним місцем (ГМ) елементів простору (Т-точок, П-прямих, Пл-площин) називається сукупність цих елементів, які задовольняють наперед заданим умовам.

Розглянемо деякі геометричні місця, які використовуються при рішенні епюрних задач.

6.5.1 Геометричні місця точок (ГМТ), прямих (ГМП), площин (ГМПл), рівновіддалених від заданих елементів або віддалених від них на задану відстань

- ГМТ, віддалених від даної точки на задану відстань, – є сфера з центром в цій точці і радіусом, рівним даній відстані.
- ГМТ, рівновіддалених від двох даних точок, - є площина, що проходить через середину відрізку, який з'єднує ці точки і перпендикулярна до нього.
- ГМТ рівновіддалених від трьох даних точок, що не належать до однієї прямої, в площині точок - є центр кола, який вони визначають, а в просторі - пряма, що проходить через цей центр і перпендикулярна до площини кола. Цю пряму можна розглядати також як результат взаємного перетину площин, які проходять через середини відрізків, що з'єднують попарно задані точки і, відповідно, перпендикулярні до них (див. п. 1.2).
- ГМТ, рівновіддалених від чотирьох точок, що не належать одній площині - є центр сфери з даними точками на його поверхні.

- ГМТ, віддалених від даної прямої на дану відстань - є поверхня прямого кругового циліндру, віссю якого є дана пряма, а радіус дорівнює заданій відстані.
- ГМТ, рівновіддалених від двох паралельних прямих, в площині цих прямих, - є пряма паралельна заданим і ділить навпіл любий відрізок, обмежений ними, а в просторі - площина, що проходить через цю пряму і перпендикулярна до площини даних прямих (порівняти з п. 1.8).
- ГМТ, рівновіддалених від трьох паралельних прямих, що не лежать в одній площині, - є вісь циліндричної поверхні обертання, твірними якої є дані прямі.
- ГМТ, рівновіддалених від двох прямих, що перетинаються, в площині цих прямих є пара взаємно перпендикулярних бісектрис суміжних кутів, що утворені прямими, а в просторі - пара взаємно перпендикулярних площин, кожна із яких проходить через одну із цих бісектрис і перпендикулярна площині цих прямих (див. той же ГМП п. 2.4).
- ГМТ, віддаленої від даної площини на задану відстань, є пара площин, паралельних даній площині і розташованих з двох сторін від неї на задану відстань (див.також п. 1.18).
- ГМТ, рівновіддалених від двох паралельних площин, - є площина, що паралельна даним і ділить любий відрізок, обмежений ними, порівну.
- ГМТ, рівновіддалених від двох площин, що перетинаються, - є пара взаємо-перпендикулярних площин, які ділять порівну суміжні двогранні кути між заданими площинами (див. також ГМП п. 2.9).

- ГМТ, віддалених від заданого кола радіусу R на задану відстань h в площині кола є пара кіл, концентричних заданій, радіуси яких відповідно рівні R+h і R-h (при $h \leq R$) та R+h і R-h (при $h \geq R$).
- ГМТ, віддалених від заданої сфери радіусу R на задану відстань h, є пара сфер, концентричних заданій, радіуси яких відповідно рівні R+h і R-h (при $h \leq R$) та R+h і R-h (при $h \geq R$.).
- ГМП, що проходять через дану точку і віддалених від другої заданої точки на задану відстань, - є сукупність твірних конусу обертання з вершиною в першій точці, поверхня якого дотикається сфери з центром у другій точці і радіусом, який дорівнює даній відстані.
- .ГМП, паралельних даній прямій і віддалених від неї на задану відстань, - є сукупність твірних циліндричної поверхні обертання, вісь якого є дана пряма, а радіус дорівнює заданій відстані.
- ГМП, віддалених від даної точки на задану відстань і паралельних даній прямій, - є сукупність твірних циліндричної поверхні обертання, у якої вісь проходить через дану точку і паралельна даній прямій, а радіус дорівнює заданій відстані.
- ГМП, що проходять через дану точку і віддалених від даної прямої на задану відстань , є пара площин, які проходять через дану точку і дотичні до циліндричної поверхні обертання у якої вісь - дана пряма, а радіус дорівнює заданій відстані.
- ГМП, віддалених від даної площини на задану відстань, є та же пара площин, що і в ГМТ, п. 1.9 (порівняти з ГМП п.3.6).
- ГМПл, віддалених від заданої точки на задану

відстань, - є сукупність площин, дотичних до сфери з центром в даній точці і радіусом, який дорівнює заданій відстані.

- ГМПл, що проходять через дану точку і віддалених від другої точки на задану відстань, є сукупність площин, які проходять через дану точку і дотичні до сфери з центром у другій точці, а радіус якої дорівнює заданій відстані.
- ГМПл, паралельних даній прямій і віддалених від неї на задану відстань, - є множина площин, що дотичні до циліндричної поверхні обертання, віссю якого є дана пряма, а радіус дорівнює заданій відстані.

6.5.2 Геометричні місця прямих і площин, рівнонахилених до даних прямих і площин, або ті, що утворюють задані кути з ними

- ГМП, що проходять через дану точку і перпендикулярних заданій прямій, є площина, що проходить через задану точку і перпендикулярна заданій прямій.
- ГМП, що проходять через дану точку і нахилених до даної прямої під заданим кутом, - є сукупність прямолінійних твірних конічної поверхні обертання з вершиною в даній точці, вісь якого паралельна даній прямій, а твірні складають з віссю кут, рівний даному (доречі, якщо задана точка належить даній прямій, то вісь конічної поверхні співпадає з цією прямою).
- ГМП, що проходять через дану точку і нахилених до даної площини під заданим кутом, - є сукупність прямолінійних твірних конічної поверхні обертання з віссю, перпендикулярною заданій

площині і кутом нахилу твірних до цієї площини, який дорівнює заданому куту.

- ГМП, які рівнонахилені до двох прямих, що перетинаються, - є та ж пара взаємо перпендикулярних площин, що і в ГМТ, п.1.8 (з точністю до паралельного переносу).
- ГМП, які рівнонахилені до двох мимобіжних прямих, - є пара взаємо-перпендикулярних площин, (з точністю до паралельного переносу), визначення яких приводиться в ГМТ, п.1.6, де прямі, що перетинаються, будуються паралельно заданим прямим.
- ГМП, які рівнонахилені до двох площин, що перетинаються, - є та ж пара взаємоперпендикулярних площин, що і в ГМТ, п.1.11 (з точністю до паралельного переносу).
- ГМПл, що проходять через дану точку під заданим кутом до даної площини, - є множина площин, що дотичні до конічної поверхні обертання з вершиною в даній точці, вісь якого перпендикулярна даній площині, а твірні нахилені до цієї площини під заданим кутом.

6.5.3 Деякі другі місця точок і прямих, які часто використовуються при рішенні задач

- ГМТ - вершин прямих кутів трикутників, які мають загальну гіпотенузу, - є сфера, діаметром якої є ця гіпотенуза.
- ГМТ, які рівновіддалені від конічної (циліндричної) поверхні обертання, - є її вісь.
- ГМТ - центрів сфер, які проходять через дане коло, - є пряма (вісь кола), що перпендикулярна до площини цього кола і проходить через її центр.

- ГМП, які проходять через задану точку і перетинають задану пряму, - є площина, яка визначається заданою точкою і прямою.
- ГМП, які проходять через задану точку і паралельні заданій площині, - є площина, що проходить через дану точку і паралельна заданій площині (порівняти з пп. 1.9. і 1.8.).
- ГМП, які дотичні до сфери в даній точці, - є площина, що проходить через дану точку і перпендикулярна радіусу сфери, який направлено в цю точку.

6.5.4 Приклади розв'язання задач

Перша задача. *Визначити кут між двома площинами (*рисунок 6.9*), одна із яких* ∑ *задана слідами (горизонталлю та фронталлю нульового рівня), а друга* Δ *двома прямими (горизонталлю та фронталлю).*

Як ми знаємо із геометрії, кут α між площинами ∑ і Δ визначається кутом який лежить в площині **Ω**, перпендикулярній до лінії перетину заданих площин, а сторони цього кута є лініями перетину площини **Ω** з площинами ∑ і Δ.

Виходячи з цього твердження, необхідно ввести до розгляду третю площину **Ω**, яка була б одночасно перпендикулярною і до площини ∑ і до площини Δ. Такою площиною буде тільки одна площина і вона проходить через перпендикуляри до площин ∑ і Δ.

Звітси алгоритм розв'язання:

1 Задаємо в просторі, де завгодно, довільну точку *A* і опускаємо з неї перпендикуляр *n* до площини ∑ і перпендикуляр

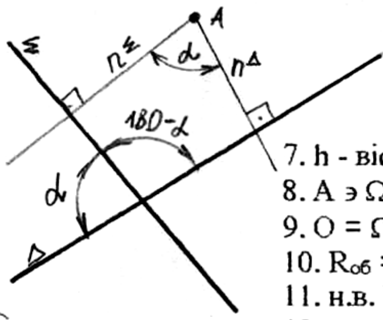
m до площини Δ.Таким чином ми задаємо площину Ω(*n* х *m*).

2 Знаходимо натуральну величину цього кута. Зауважимо, що ми шукаємо кут між перпендикулярами і це буде гострий кут.

Для цього спочатку в площині $\Omega(n \times m)$ проводимо горизонталь h і знаходимо точки 1 і 2. Після цього використовуємо або метод обертання навколо горизонталі h, попередньо визначивши $R_{об}$, або методом заміни площин проекцій: першу додаткову площину π_4 вибираємо перпендикулярною до горизонталя h і, відповідно, до площини $\pi_{1,}$ а другу - π_5, паралельною до площини $\Omega(n \times m)$ кута α, Якщо цей алгоритм записати в символьному вигляді, то він буде мати такий вигляд:

АЛГОРИТМ:

1. A.
2. $\Sigma \rightarrow (h^0 \times f^0)$.
   $\Delta \rightarrow (h^1 \times f^1)$.
3. $A \ni n \perp \Sigma$.
4. $A \ni m \perp \Delta$.
5. $\alpha\,(n \widehat{\ } m) = \alpha\,(\Sigma \widehat{\ } \Delta)$.
6. $\alpha \subset h$.



7. h - вісь обертання.
8. $A \ni \Omega_{об} \perp h$.
9. $O = \Omega_{об} \times h$.
10. $R_{об} = O \times A$.
11. н.в. $R_{об}$.
12. н.в. α.

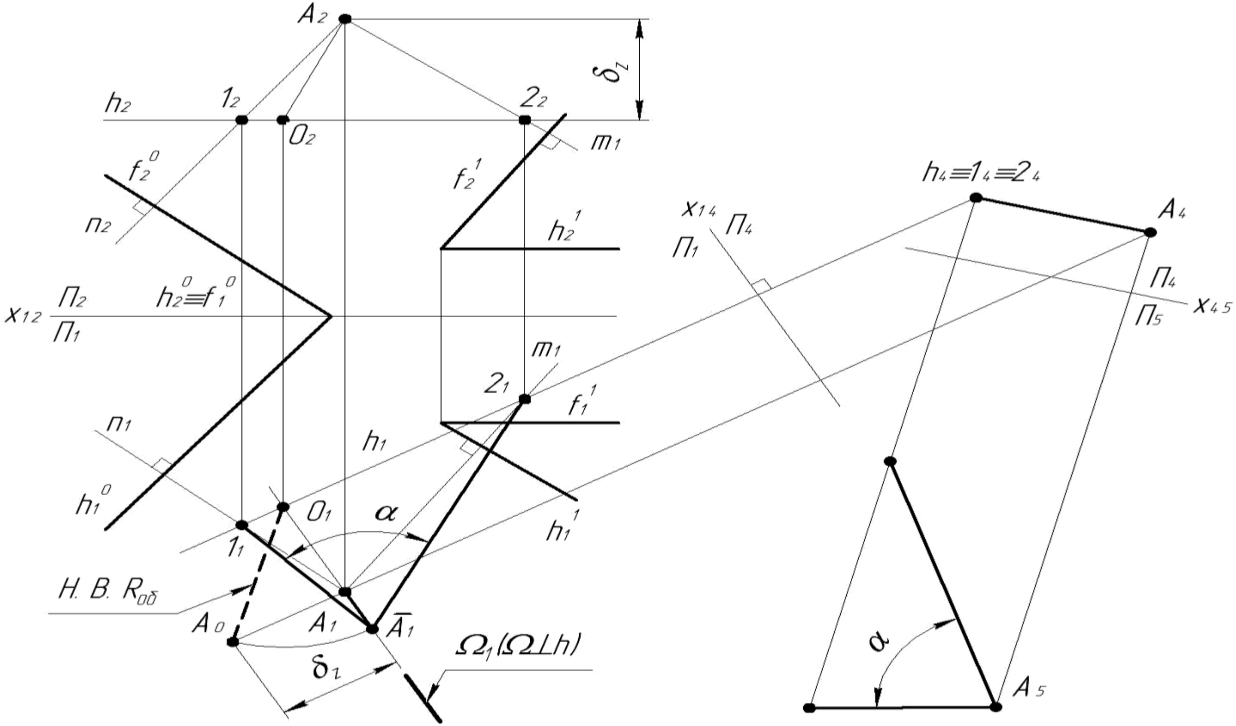


Рисунок 6.9 – Визначення кута між двома площинами

Друга задача. Визначити кут між прямою лянією та площиною (рисунок 6.10).

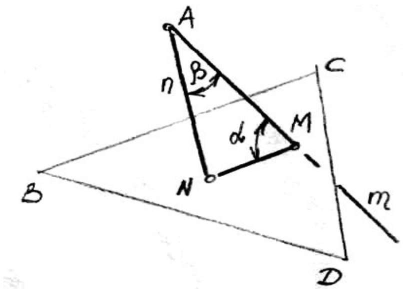
Як ми знаємо із геометрії, кут між прямою лінією і площиною визначається кутом між прямою і її ортогональною проекцією на цю площину. Ортогональну проекцію прямої на задану площину можна отримати, якщо пряму заключити в додаткову площину, перпендикулярну до заданої і знайти лінію іх перетину. Кут між заданою прямою і лінію перетину площин і буде шуканим кутом α.

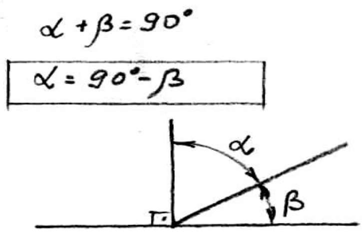
Але є і інший шлях, коротший. Якщо взяти на заданій прямій *n* точку *A,* наприклад, і з неї опустити перпендикуляр на площину $\sum (h^1 \text{ x } f^1)$, то ми задаємо ту саму додаткову площину, ортогональну заданій площині, яка проходить через пряму і перпендикуляр. Якщо розглянути прямокутний трикутник, то в ньому сума гострих кутів α і β дорівнює 90^0.

Якщо цей алгоритм записати в символьному вигляді, то він буде мати такий вигляд:

АЛГОРИТМ:

1. $A \ni m$.
2. $A \ni n \perp \Sigma$.
3. $\beta = m \widehat{\ } n$.
4. $h \supset \beta$.
5. h - вісь обертання.
6. $A \ni \Omega_{об} \perp h_{об}$.
7. $O = \Omega_{об} \text{ x } h_{об}$.
8. $R_{об} = O \text{ x } A$.
9. н.в. $R_{об}$.
10. н.в. β.
11. н.в. α.





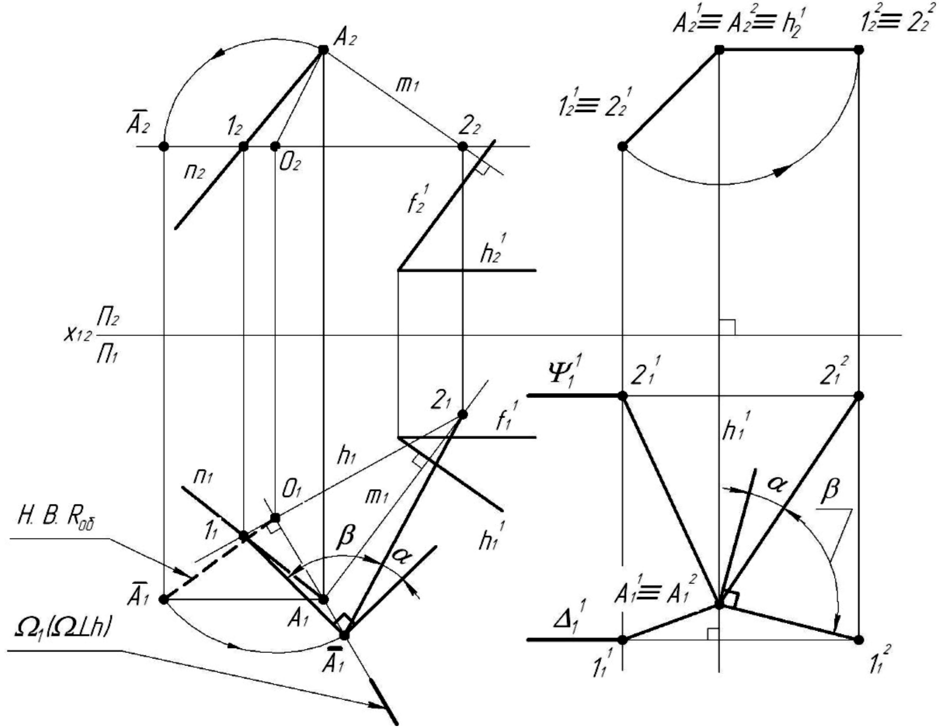


Рисунок 6.10 – Визначення кута між прямою лінією та площиною

Тому нам простіше знайти кут β між прямою і перпендикуляром до площини. Кут α між прямою і площиною буде доповненням до 90^0 кута β між прямою *n* і перпендикуляром *m*.

Звітси випливає алгоритм розв'язання:

1 На прямій *n* вибираємо довільну точку *A*.

2 Опускаємо із точки *A* перпендикуляр *m* до площини ∑ (h^1 x f^1). При цьому пам'ятаємо, що на епюрі фронтальна проекція перпендикуляра m_2 ортогональна до фронтальної проекції фронталі $f_2{}^1$, а горизонтальна проекція перпендикуляра m_1 ортогональна горизонтальній проекції горизонталі $h^1{}_1$.

3 Знаходимо натуральну величину кута β між прямою *n* і перпендикуляром *m*. Для цього в площині цього кута проведемо горизонталь *h* і реалізуємо пункт 2 із попередньої задачі.

6.6 Тест для поточного контролю

1 Які способи перетворення проекцій Ви знаєте?

2 У чому полягає суть способу заміни площин проекцій?

3 Як вводяться додаткові площини проекцій?

4 Як побудувати дійсну величину відрізка прямої?

5 Як побудувати дійсну величину плоскої фігури?

6 Як будують суміщене положення слідів?

7 В чому полягає суть способу плоско-паралельного переміщення?

8 Як побудувати дійсну величину плоскої фігури за цим способом?

9 Як будують дійсну величину плоскої фігури способом обертання навколо лінії рівня?

10 Як здійснити суміщення слідів площини загального положення з площинами проекій?

11 Як треба розташувати нову площину проекцій **П4**, щоб пряма **h** зайняла в новій системі проекцій проектувальне положення (рисунок 6.11)?

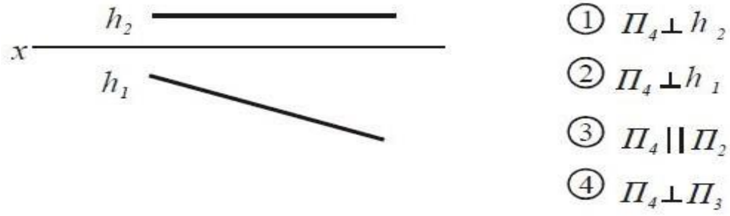


Рисунок 6.11 – Епюр горизонталі

12 Яка з основних площин проекцій $П_1$, $П_2$ чи $П_3$ замінюється на **$П_4$**, щоб **ΔABC** проектувався у вигляді відрізку прямої лінії (рисунок 6.12)?

13 Як вибраний напрям нової осі проекцій **X_1** під час побудови **$A_4C_4B_4$** (рисунок 6.12)?

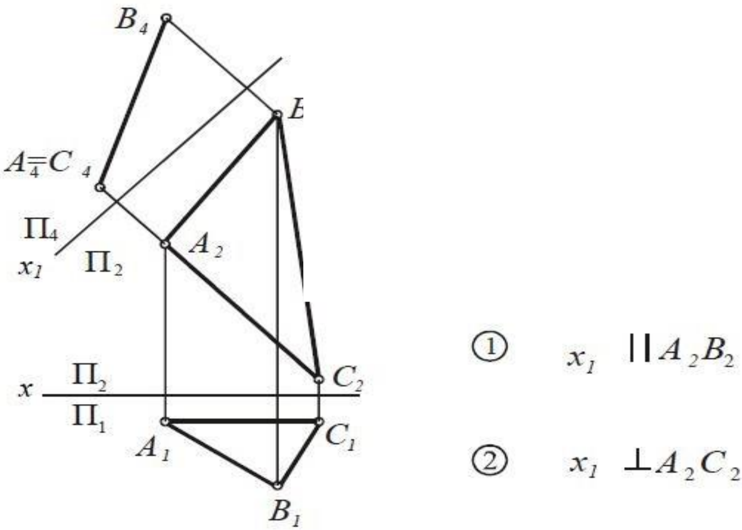


Рисунок 6.12 – Епюр трикутника

13 На якому кресленні відстань від точки **A** до прямої зображується в натуральну величину на площині Π_2 (рисунок 6.13) ?

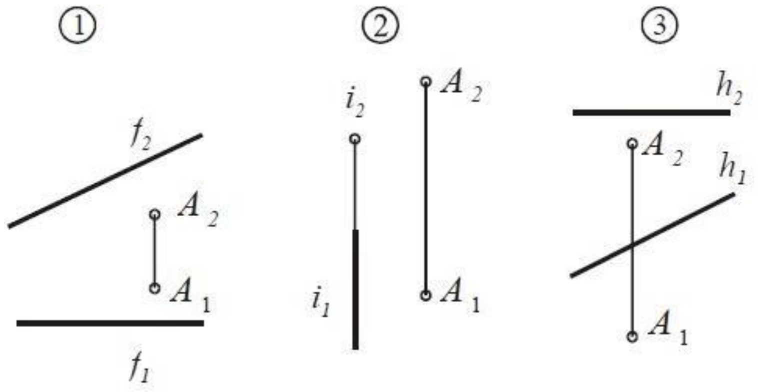
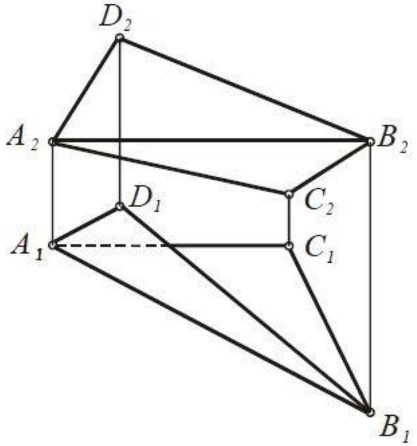


Рисунок 6.13 – Епюри прямих і точок

14 На якій площині проекцій можна визначити дійсну величину двогранного кута між площинами **Δ ABC** і **Δ ABD** (рисунок 6.14)?



① на Π_3

② на $\Pi_4 \perp AC$

③ на $\Pi_4 \perp AB$

④ на $\Pi_4 \perp BD$

Рисунок 6.14 – Епюр двогранного кута

7 БАГАТОГРАННИКИ. ПЕРЕТИН БАГАТОГРАННИКІВ ПЛОЩИНОЮ, ПЕРЕТИН ДВОХ БАГАТОГРАННИКІВ

Геометричне тіло, обмежене площинами, називається багатогранником.

7.1 Зображення багатогранників

Елементами багатогранника є грані, ребра та вершини (рисунок 7.1. та 7.2).

Спроектувати багатогранник – це означає побудувати проекції його вершин та з'єднати їх відрізками прямих (ребер) з урахуванням видимості.

Найбільш розповсюдженими багатогранниками є призми (рисунок 7.1) та піраміди (рисунок 7.2).

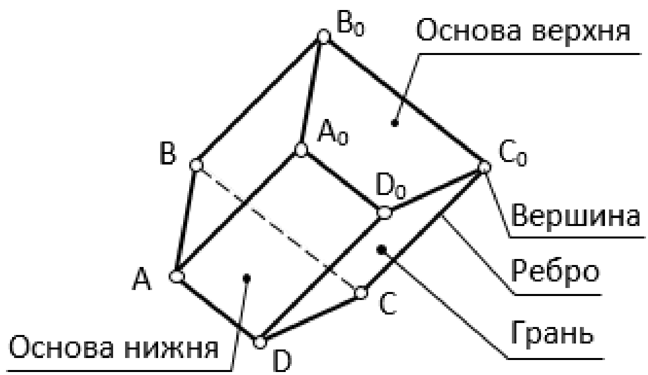


Рисунок 7.1 - Зображення призми

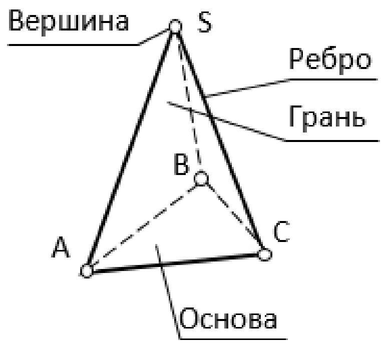


Рисунок 7.2 - Зображення піраміди

7.2 Перетин багатогранників площиною та прямою лінією

Лінією перетину багатогранника з площиною у загальному випадку є плоский багатокутник, вершинами якого є точки перетину ребер багатогранника з січною площиною, а сторонами є лінії перетину граней з січною площиною.

Побудувати багатокутник можна, якщо визначити:

1) його вершини;

2) його сторони.

Плоску фігуру, яка отримується від перетину багатогранника з площиною, називають перерізом.

Приклад 1 Побудувати переріз призми площиною $\Sigma\,(\Sigma_1, \Sigma_2)$ (рисунок 7.3).

Алгоритм:

1. Визначаємо переріз нижньої основи (1 2).

2. Визначаємо переріз верхньої основи (3 4).

3. Визначаємо точки перетину останніх ребер багатогранника з площиною R (якщо такі існують).

4. З'єднуємо отримані точки з врахуванням видимості.

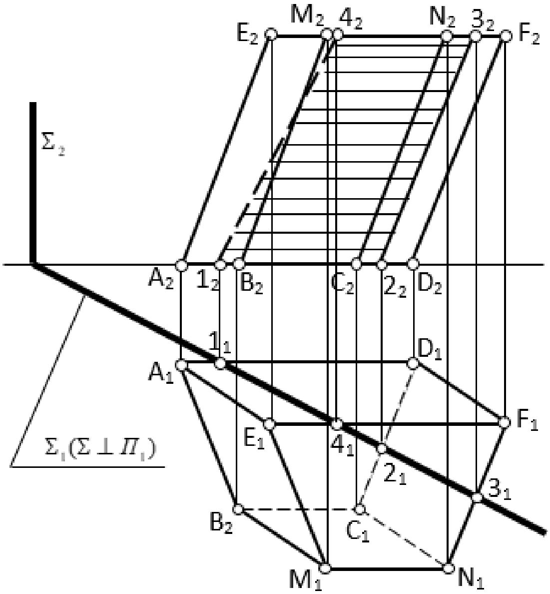


Рисунок 7.3 - Переріз багатогранника площиною

Приклад 2 Побудувати точки перетину прямої лінії з пірамідою (рисунок 7.4а і 7.4б).

Алгоритм :

1 Проводимо через пряму L (DE) площину P(P $\perp$ П$_2$).

2 Будуємо переріз (1,2,3) багатогранника площиною–посередником P.

3 Визначаємо точки перетину, як результат перетину прямої L (DE) з побудованим трикутником 123).

7.3 Взаємоперетин багатогранників

Два багатогранника перетинаються за просторовою ламаною лінією, яка може розпадатися на частини. Загальний спосіб розв'язання задачі полягає в тому, щоб знайти вершини або відрізки (ланки) ламаної лінії.

Вершинами є точки перетину ребер першого багато гран-ника з гранями другого та ребер другого з гранями першого.

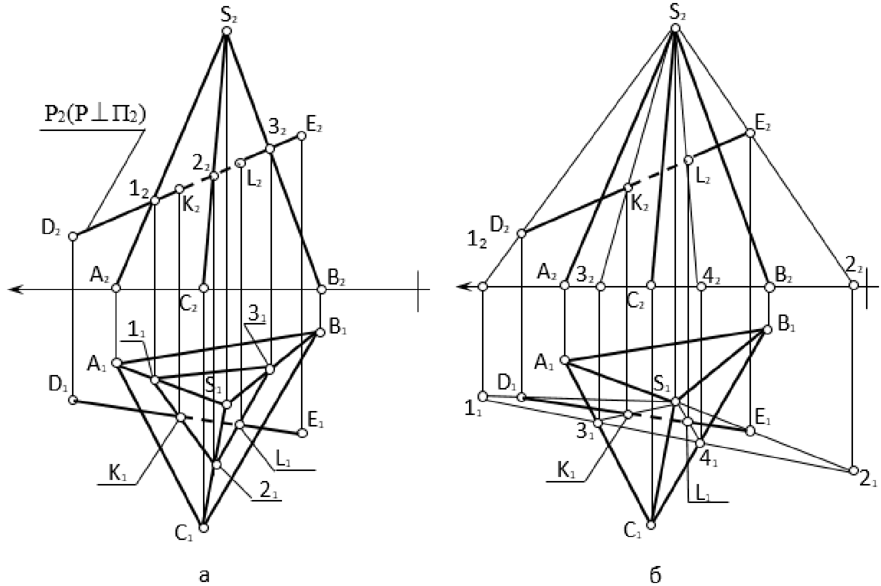


Рисунок 7.4 - Перетин піраміди прямою лінією

Ланки ламаної лінії будуються як відрізки прямих, що з'єднують пари вершин, які належать до однієї й тієї ж грані багатогранника.

Приклад 3 Побудувати лінію перетину поверхонь трьохгранної призми з трикутною пірамідою (рисунок 7.5). Для побудови точок перетину ребер призми з гранями піраміди необхідно через ребра призми провести фронтально проєкцюючі площини посередники P та Q.

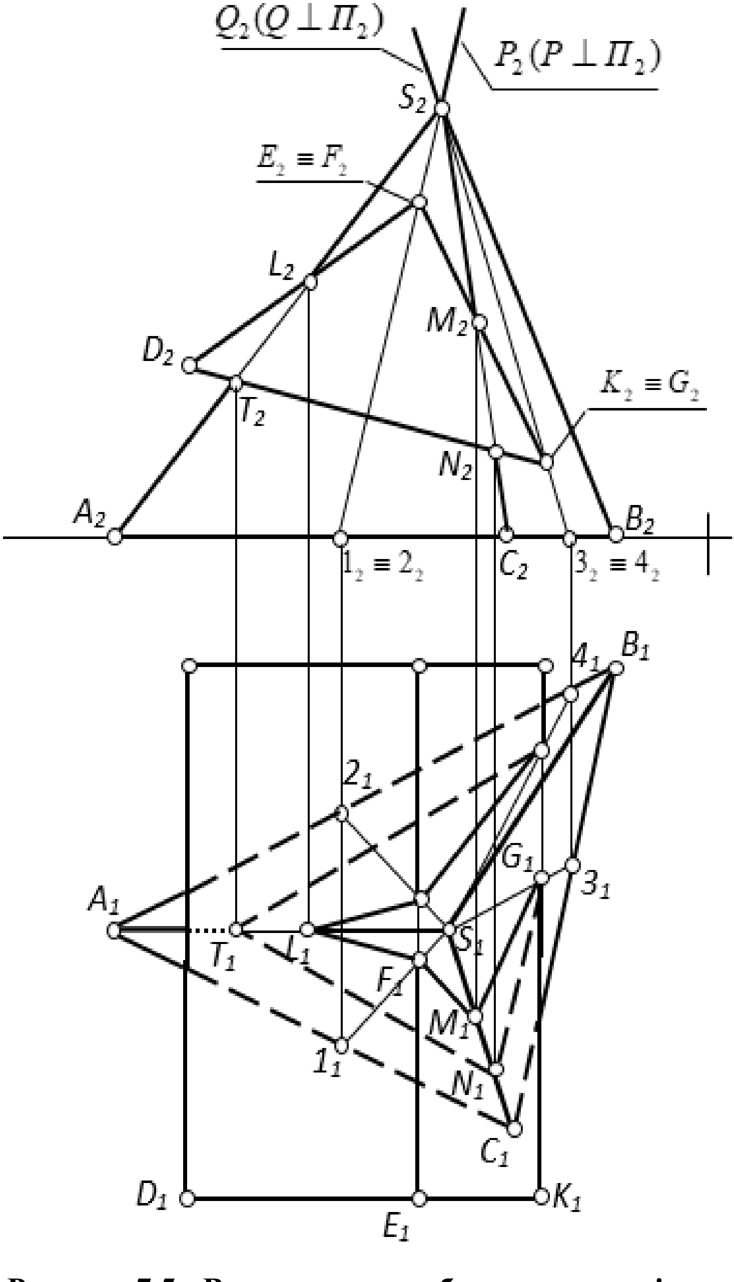


Рисунок 7.5 - Взаємо перетин багатогранників

Вони перетинають піраміду по лініям, які належать граням піраміди.

Там, де побудовані лінії перетинають ребра призми, отримуємо шукані точки перетину ребер призми з гранями піраміди.

Для побудови точки перетину ребер піраміди з гранями призми можна користуватися фронтальною проекцією, тому що грані призми фронтально – проекцюючі, які і визначають точки перетину ребер піраміди з гранями призми на фронтальній проекції, а потім знаходять їх і на горизонтальній проекції.

Побудовані таким чином точки з'єднуємо з урахуванням видимості.

Питання для поточного контролю

1 Які Ви знаєте види багатогранників?

2 Яка лінія утворюється в результаті перетину багатогранника площиною?

3 Назвіть алгоритм побудови лінії перетину багатогранника площиною.

3 Назвіть алгоритм побудови лінії перетину двох багатогранників.

4 Які фігури отримаємо в результаті перетину багатогранників площиною $\sum$ (рисунок 7.6)?

5 На яких кресленнях правильно знайдені точки перетину прямої *l* із заданими поверхнями (рисунок 7.7)?

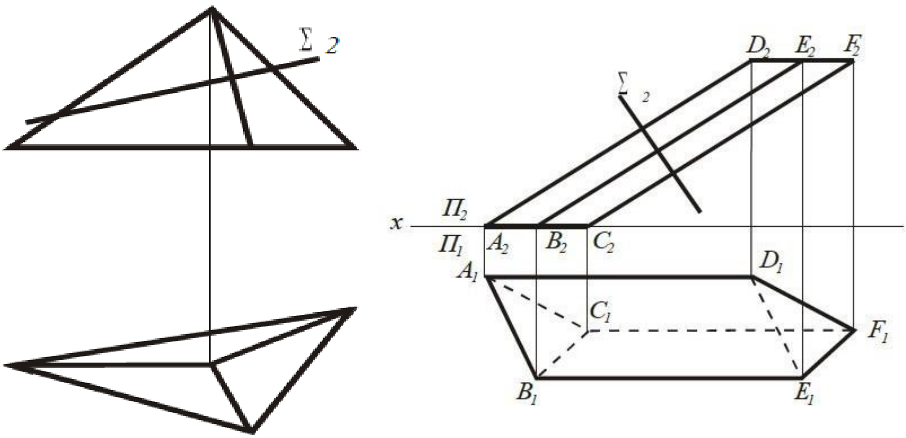


Рисунок 7.6 – Перетин багатогранника площиною

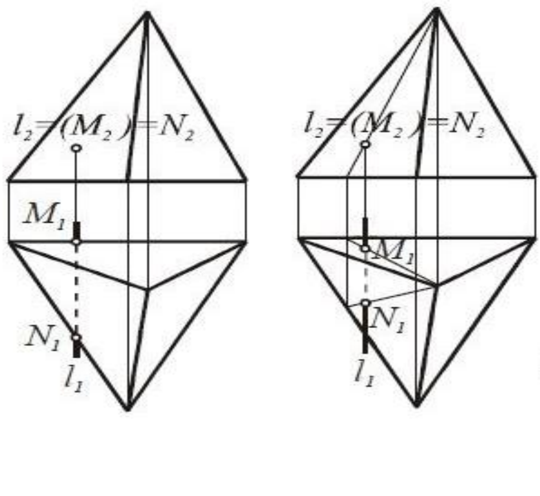


Рисунок 7.7 – Перетин багатогранника з прямою

8 КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ. КОНІЧНІ ПЕРЕРІЗИ

8.1 Криві лінії та поверхні

Криву лінію розглянемо, як траєкторію переміщення точки за деяким законом.

Криві лінії бувають плоскими та просторовими.

Плоска крива усіма своїми точками належить до однієї площини (рисунок 8.1), у протилежному випадку

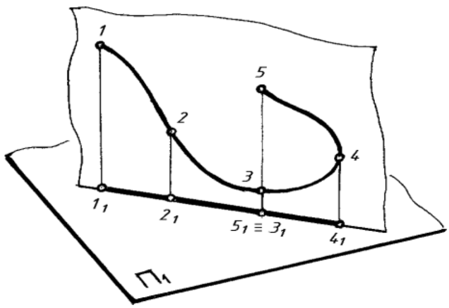


Рисунок 8.1 - Плоска крива

вона просторова (рисунок 8.2).

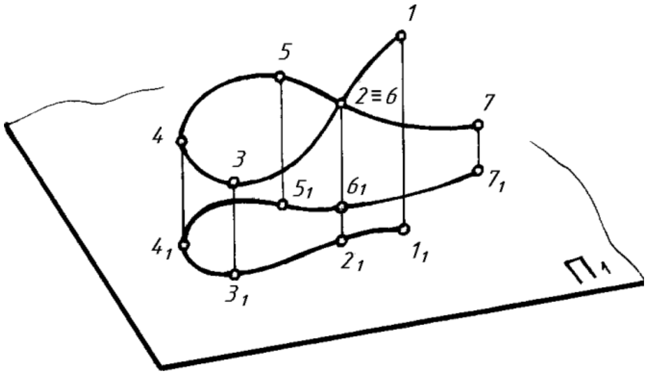


Рисунок 8.2 - Просторова крива

Криві лінії можуть задаватися аналітично та графічно, можуть бути алгебраїчними або трансцендентними.

Алгебраїчними кривими лініями називаються ті, що описуються у прямокутній декартовій системі координат алгебраїчними рівняннями.

Порядком кривої є ступінь її рівняння.

Наприклад:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ – рівняння еліпсу (рисунок 8.3),

$y^2=2px$ – рівняння параболи, де $p=2OF$ (F – фокус),

$x^2+y^2=R2$ - рівняння кола.

Плоска крива називається трансцендентною, якщо вона описується відповідним трансцендентним рівнянням.

Трансцендентна крива не визначається у декартових координатах алгебраїчним рівнянням.

Приклади трансцендентних кривих: y=sinx; y =lnx.

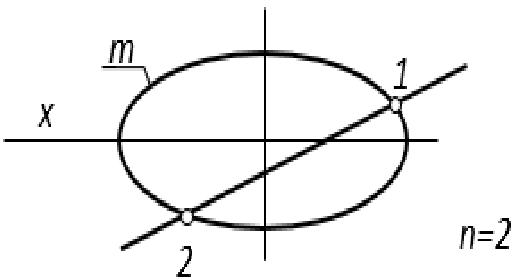


Рисунок 8.3 - Еліпс – крива другого порядку

Порядок просторової алгебраїчної кривої у більшості випадків визначається кількістю точок перетину кривої з площиною (рисунок 8.4), а для плоскої кривої – з прямою лінією (рисунки 8.5, 8.6, 8.7).

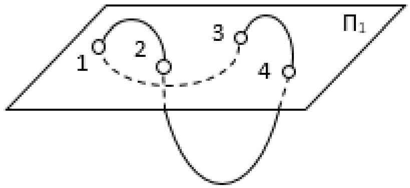


Рисунок 8.4 - До визначення порядку просторової кривої

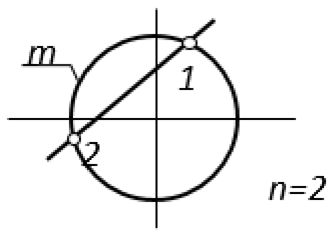


Рисунок 8.5 - *Коло* – крива другого порядку

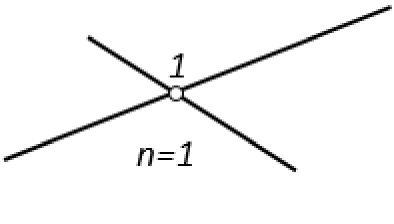


Рисунок 8.6 - *Пряма* – лінія першого порядку

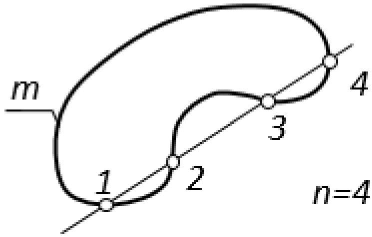


Рисунок 8.7 - *Крива* – лінія четвертого порядку

8.2 Локальні характеристики кривої

Дотична до плоскої кривої

Дотична ***t*** до кривої у точці М - це граничне положення січної, коли точка М1, залишаючись на кривій, нескінченно близько наближається до точки М (рисунок 8.8).

Нормаллю (***n***) плоскої кривої у точці М є пряма, розташована у площині кривої, що проходить через точку М перпендикулярно до дотичної в цій точці (рисунок 8.8).

Криві лінії, що мають у кожній точці єдину дотичну називаються гладкими.

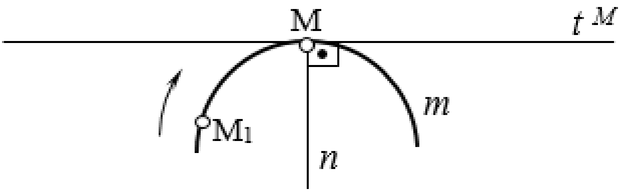


Рисунок 8.8 - Дотична та нормаль кривої

На кривих розрізняють (рисунок 8.9) особливі точки: точка звороту першого роду (а); точка звороту другого роду (б); точка перетину (в); кратна точка (г), точка зламу (д) та ін.

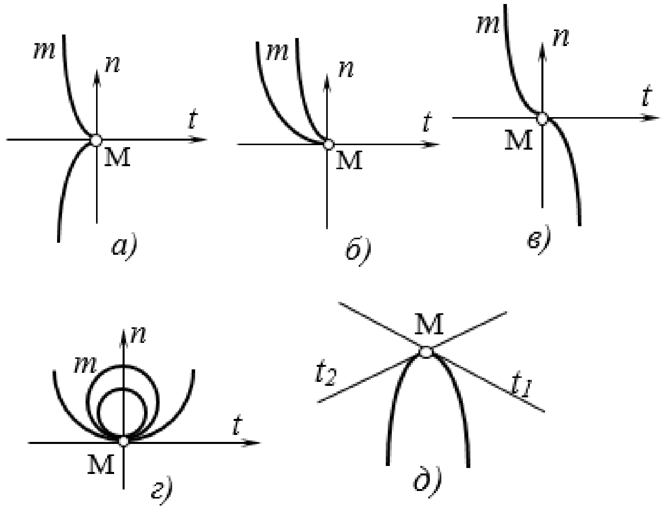


Рисунок 8.9 - Особливі точки кривих:
а) - точка звороту першого роду; б) - точка звороту другого роду; в) - точка перетину; г) - кратна точка; д) - точка зламу.

Найважливішою характеристикою кривої є її кривина.

Кривина плоскої кривої є межею, до якої прямує відношення кута суміжності φ між дотичними у точках A та $A^{/}$ до дуги $AA^{/} = \Delta S$ під час прямування точки $A^{/}$ до A (рисунок 8.12).

$$K = lim\frac{\Delta\varphi}{\Delta S}, \text{ коли } \Delta S \to 0.$$

Радіус кривини плоскої кривої є величиною, оберненою до кривини $R = \frac{1}{K}$.

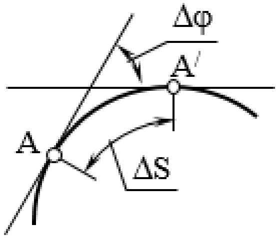


Рисунок 8.10 – До кривини плоскої кривої

8.3 Основні властивості кривої, що зберігаються під час паралельного проекціювання

1 Належність точки кривій при проекціюванні зберігається.

2 Дотична до кривої проекцюється у дотичну до її проекції.

3 Порядок алгебраїчної кривої зберігається при проекціюванні, за винятком випадків її проекціювання на площину симетрії. Тут порядок кривої зменшується в стільки разів, скільки точок кривої розташовано на одному проекцюючому промені.

8.4 Криві поверхні, їх утворення та завдання на кресленні. Поверхні обертання

Поверхні можуть задаватися аналітично та графічно, як і криві, вони можуть бути алгебраїчними та трансцендентними. Порядок алгебраїчної поверхні графічно визначається кількістю точок перетину поверхні з прямою лінією та дорівнює ступеню алгебраїчного рівняння.

Визначник поверхні складається з геометричної частини (сукупність геометричних елементів) та алгоритмічної частини, що надає спосіб побудови точок та ліній поверхні.

Поверхня задається на кресленні проекціями геометричних елементів визначника, а алгоритмічна частина записується текстом та служить для побудови проміжних положень лінії на поверхні.

Нами розглядаються кінематичні поверхні, тобто траєкторії переміщення точок твірної лінії, що визначаються законом переміщення. Цей закон визначається алгоритмічною частиною визначника поверхні. Розглянемо визначник поверхонь обертання (рисунки 8.11...8.15).

Поверхні обертання загального виду.

Поверхня обертання утворюється обертанням твірної навколо осі [m,i,$A_{об.}$], де $A_{об.}$ – алгоритм обертання.

Найвужча частина поверхні називається горлом. Площина, що проходить через вісь поверхні обертання називається меридіональною площиною, вона є площиною симетрії поверхні обертання та переріза поверхню за меридіаном. Усі площини, що перпендикулярні до осі обертання, паралельні одна одній та перетинають поверхню за колами, що звуться паралелями.

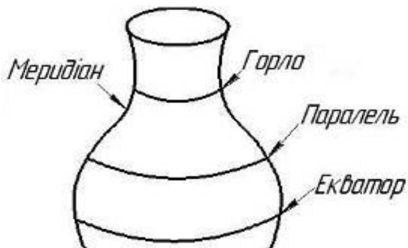


Рисунок 8.11 - Зображення поверхні обертання загального вигляду

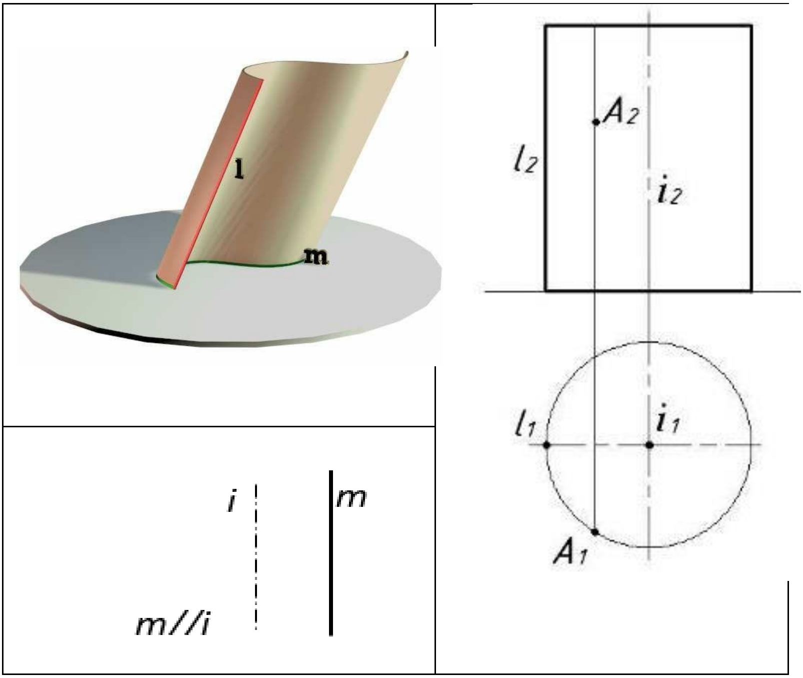


Рисунок 8.12 - Утворення поверхні циліндра

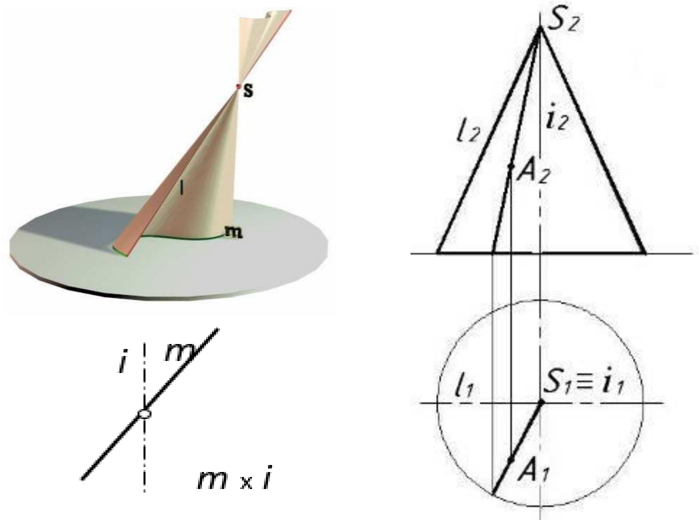


Рисунок 8.12 - Утворення поверхні конуса

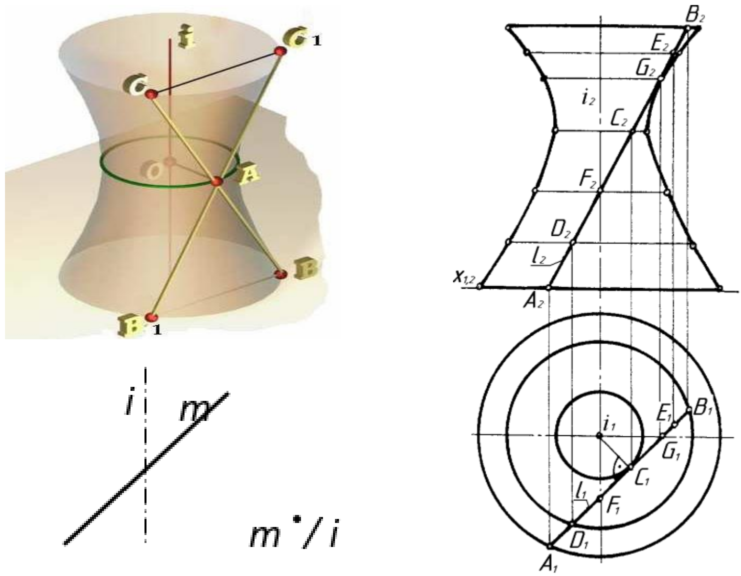


Рисунок 8.13 - Утворення поверхні однополосного гіперболоїда обертання

8.5 Інцидентність точки та лінії поверхні

Поверхня задана на кресленику, якщо за однією проекцією точки, що належить до поверхні, можна побудувати її другу проекцію (рисунок 8.15).

Приклад. За фронтальними проекціями точок B_2 і $Д_2$ що належать до поверхні обертання, побудувати їх горизонтальні проекції (рисунок 8.15).

Через точку B_2 проводимо горизонтальну площину, яка перетинає поверхню по колу (горло). Будуємо горизонтальну проекцію цього кола с центром в точці i_1 і радіусом, що дорівнює відстані від фронтальної проекції осі i_2 поверхні до очерку, тобто радіусу кола в перетині. І по вертикальній лінії проекційного зв’язку знаходимо ггоризонтальну проекцію точки B_1.

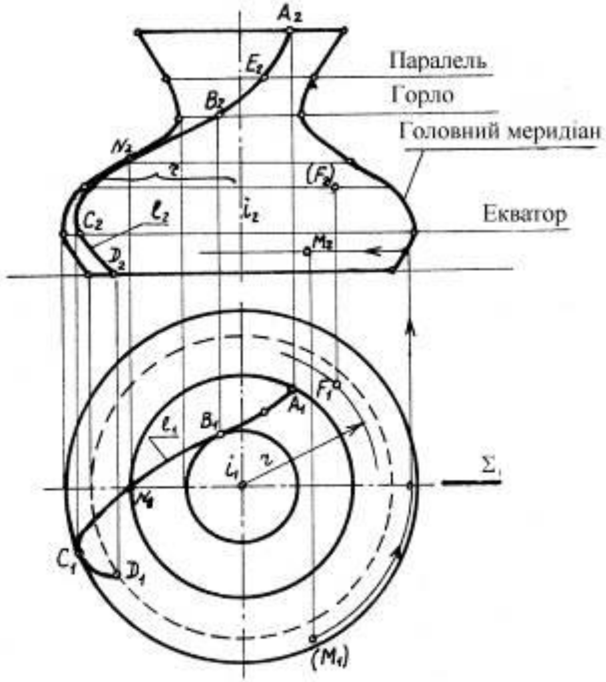


Рисунок 8.15 - Завдання поверхні обертання на комплексному кресленні

8.6 Переріз криволінійної поверхні площиною

При побудові лінії перерізу криволінійної поверхні з площиною необхідно дотримуватись наступного алгоритму:

1 Провести аналіз заданої поверхні.

а) визначити положення прямолінійних твірних та кіл (паралелей) на заданій поверхні;

б) визначити вид кривої, її симетрію та її проекції.

2 Визначити опорні точки лінії перерізу, які відрізняються особливим положенням по відношенню до площин проекцій.

До них відносяться:

а) екстремальні точки - найближча та найвіддаленіша відносно будь-якої площини проекцій;

б) точки видимості, що розташовані на контурі (або на обрисі) поверхні;

в) точки, які характеризують параметри кривої (наприклад, кінці осей еліпса).

Кожна опорна точка визначається, як правило, своїм прийомом побудови.

3 Визначаємо проміжні точки лінії перетину використовуючи при цьому площини посередники.

4 З’єднуємо послідовно отримані точки з урахуванням видимості лінії.

8.7 Конічні перерізи

Конічні перерізи (коніки) – криві другого порядку, отримувані від перерізу конічної поверхні площиною (рисунок 8.16, 8.17):

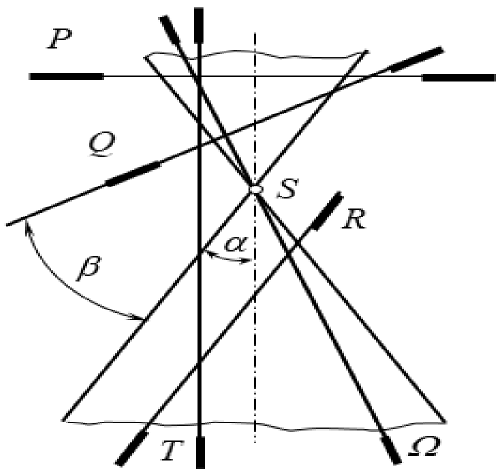


Рисунок 8.16 - Положення площини при утворенні конічних перерізів

Покажемо, як визначаються характерні елементи кривих другого порядку на комплексному кресленні, що отримані від перерізу конуса обертання проекціюючою площиною, у залежності від її положення:

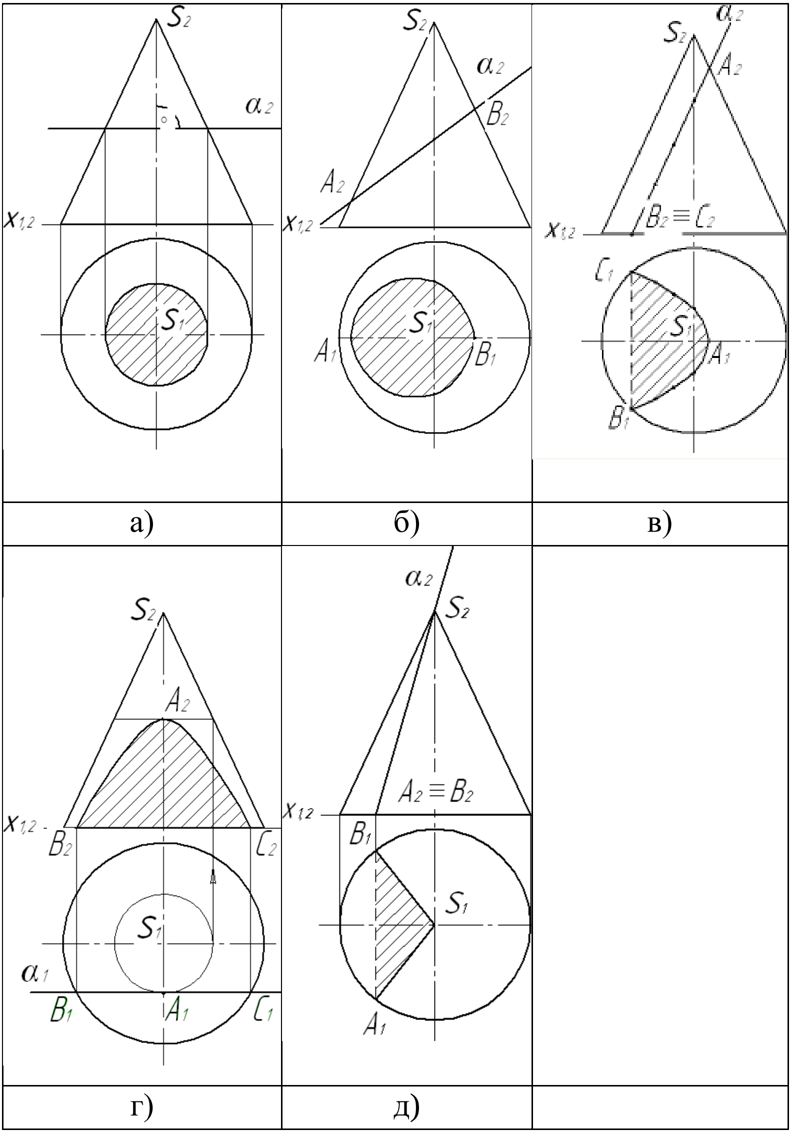


Рисунок 8.17 - Конічні перерізи:

а) – коло (площина P); б) – еліпс (площина Q); в) – парабола (площина R); г) – гіпербола (площина T); д) – дві прямі, що перетинаються (площина **Ω**).

Якщо α – кут нахилу твірної конуса до осі (i), а β – кут нахилу січної площини до осі конуса (i), то :

а) $\beta = 90$ *– Площина P – коло (P* $\perp$ *i);*

б) $90 > \beta > \alpha$ *– площина Q – еліпс;*

в) $\beta = \alpha$ *– площина R – парабола;*

г) $0 \leq \beta < \alpha$ *– площина T – гіпербола;*

д) $\Omega \supset S$ *– площина* Ω *- дві січні прямі.*

Приклад (рисунок 8.18)**.** Січна площина перетинає усі твірні по одну сторону від вершини - лінія перетину є еліпсом.

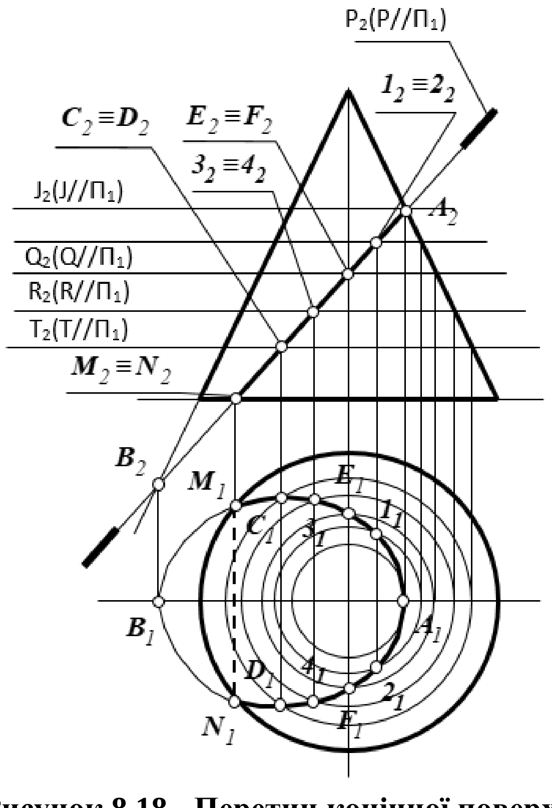


Рисунок 8.18 - Перетин конічної поверхні площиною P

Площина P перетинає конус за еліпсом, який на площині $П_2$ проекцюється у відрізок прямої, а на площину $П_2$ - у вигляді еліпса. Знайдемо осі еліпса – проекції. Велика вісь еліпса АВ розташовується вздовж лінії схилу січної площини, менша СД – вздовж лінії рівню та розподіляє відрізок АВ нарівно. Проміжні точки I та II побудовані з використанням прямолінійних твірних конуса, а III та IY - кола площини R, що паралельна площині $П_2$.

8.8 Побудова точки перетину прямої з кривою поверхнею

У загальному випадку точки перетину прямої з кривою поверхнею або багатогранником можуть бути визначені за допомогою січної площини, що проводиться через пряму.

На рисунку 8.19 показано приклад перетину прямої загального положення з поверхнею тора.

Алгоритм розв’язування задачі наступний:

1. Через дану пряму, яка перетинає поверхню, проводять допоміжну січну площину (площину окремого положення).
2. Будують лінію перетину (фігуру перерізу) поверхні з січною площи- ною. На кривій поверхні фігура перерізу – це плоска крива лінія другого порядку, на багатограннику – це багатокутник.
3. Знаходять точки перетину прямої з фігурою перерізу.
4. Визначають видимість прямої відносно поверхні.

При виборі допоміжної площини слід враховувати, що ця площина при перетині з поверхнею повинна давати такі лінії, як коло, трикутник, паралелограм тощо.

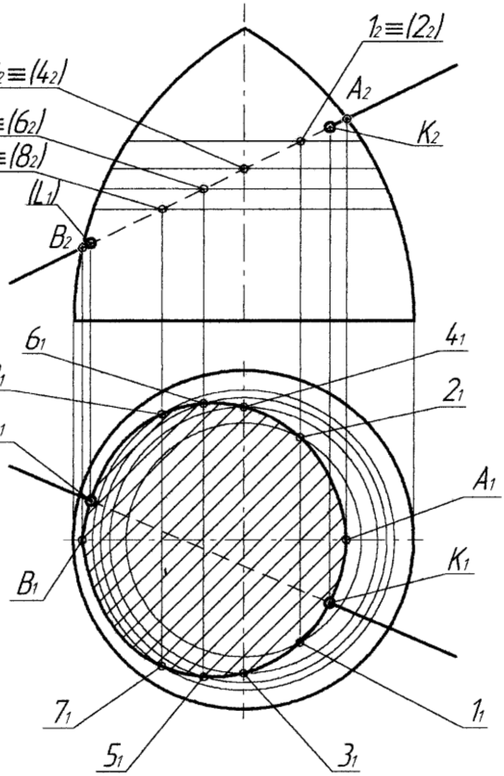


Рисунок 8.19 - Перетин торової поверхні прямою

Тест для поточного контролю

1 Яка послідовність знаходження точок перетину прямої лінії з поверхнею?
2 Які площини бажано використовувати для побудови точок перетину прямої з поверхнею?
3 Яка послідовність побудови точок перетину прямої загального положення з конусом?
4 Яким способом можна розв’язати задачу побудови точок перетину прямої загального положення з поверхнею обертання другого порядку?
5 На якому кресленні в перерізі циліндра площиною вийде еліпс (рисунок 8.20) ?

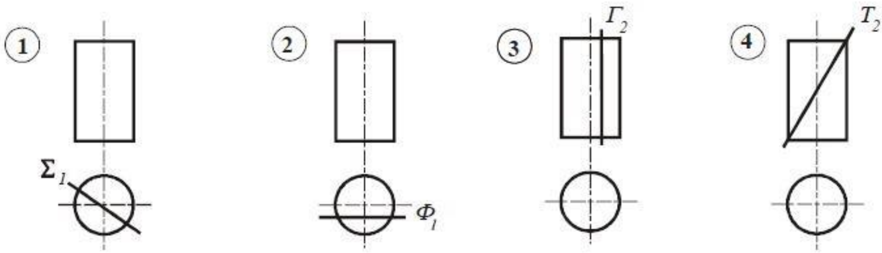


Рисунок 8.20 - Перетин циліндричної поверхні площиною

6 На якому кресленні правильно виконана профільна проекція сфери з вирізом (рисунок 8.21)?

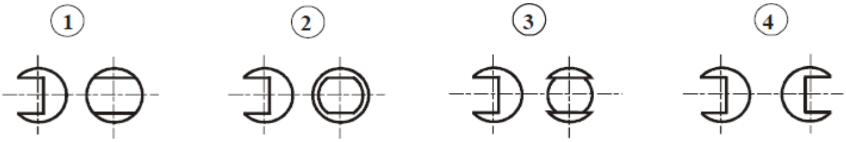


Рисунок 8.21 - Перетин сфери площинами

7 У перерізі якою площиною конуса обертання виходить парабола (рисунок 8.22)? Вибрати номер правильної відповіді.

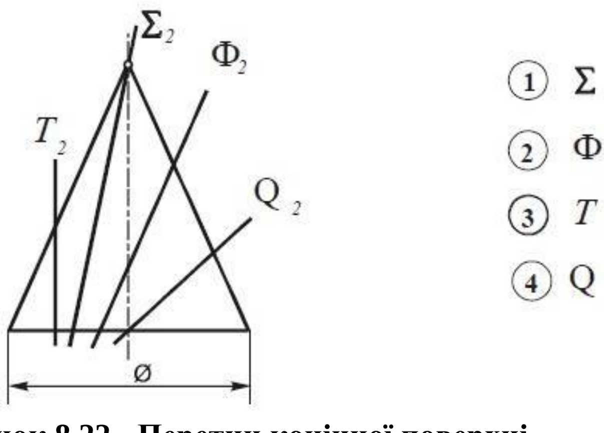


Рисунок 8.22 - Перетин конічної поверхні площиною Р

9 ВЗАЄМОПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ. СПОСІБ СІЧНИХ ПЛОЩИН

При перетині криволінійної поверхні з граною утворюється замкнута просторова лінія, що складається із плоских ланок, які є лінією перетину граней багатогранника з заданою поверхнею, а лінією перетину двох кривих поверхонь є просторова крива.

9.1 Перетин криволінійної поверхні з граною

При перетині криволінійної поверхні з граною утворюється просторова лінія, що складається із плоских ланок, які є лінією перетину граней багатогранника з поверхнею. У точках переходу від однієї ланки до другої порушується гладкість кривої, тому що ланки розташовані в різних площинах. Ці точки звуться точками зламу.

Алгоритм побудови лінії перетину поверхні обертання з багатогранником є аналогічним до побудови лінії перетину цієї поверхні з площиною. Під час аналізу завдання додатково треба виявити, що собою являє кожна ланка лінії перетину та як вона проектується на площину проекцій.

9.2 Приклад побудови лінії перетину криволінійної поверхні з граною

Задача 1. Побудувати лінію перетину прямого кругового конуса з вікном від трьох граної призми.

Розглянемо докладніше рішення задачі (рисунок 9.1).

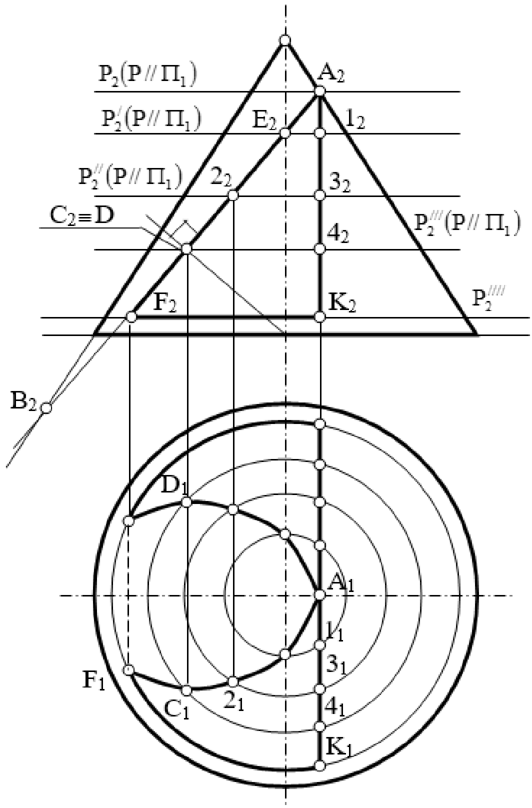


Рисунок 9.1- Побудова лінії перетину прямого кругового конуса з вікном від трьох граної призми

1 Проводимо допоміжну площину P_2 через ребро призми і радіусом R відмічаємо на цьому ребрі точку A (A_2,A_1). Через інші ребра проводимо площину $P^{/}$ та знаходимо точки E (E_1, E_2) та 1 (1_1,1_2). та симетричні їм точки $E^{/}$ та $1^{/}$. При необхідності будуємо профільні проекції точок A,E,1 та ті, що їм симетричні.

2 Для знаходження точки меншої осі еліпса CD відрізок AB ділимо навпіл та через його середину проводимо допоміжну площину $P^{///}$.

3 За допомогою площин $P^{//}$ визначаємо проміжні точки 1,2 та їм симетричні $1^{/}$, $2^{/}$.

4 За допомогою площин $P^{////}$ визначаємо частину кола яка находится між точками F та K.

1 Отримані точки з'єднуємо плавною кривою.

9.3 Побудова ліній перетину двох криволінійних поверхонь

У загальному випадку лінією перетину двох алгебраїчних поверхонь є просторова крива, порядок якої визначається добутком порядків заданих поверхонь. Наприклад, лінією перетину двох поверхонь другого порядку є крива четвертого порядку, яка може розпадатися на дві криві другого порядку, чотири прямі та інші сполучення.

Осі поверхонь обертання, якщо вони паралельні або перетинаються, визначають площину симетрії лінії перетину. При проекціюванні кривої на площину симетрії порядок кривої зменшується в стільки разів, скільки її точок знаходиться на проекціюючому промені. Отже, лінія перетину двох поверхонь другого порядку, які мають загальну площину симетрії, проекціюються на цю площину, та на площину, їй паралельну, у вигляді кривої другого порядку.

Наприклад, у вигляді параболи – у випадку перерізу сфери з конусом або циліндром, гіперболи – у випадку різноманітних варіантів перетину конусів та циліндрів.

Для визначення точок, що належать до лінії перетину поверхонь, користуються способом допоміжних січних поверхонь (спосіб посередників). До них належать: площини, сфери та інші поверхні.

При виборі посередника слід виходити з того, щоб у перетині з заданими поверхнями утворювалися графічні прості лінії – прямі або кола. Для вирішення кожної задачі необхідно вживати кілька площин – посередників.

Алгоритм побудови лінії перетину двох поверхонь аналогічний алгоритму побудови лінії перетину криволінійної поверхні з площиною, але із значно ретельнішим аналізом заданих поверхонь:

а) порядку заданих поверхонь;

б) положення прямолінійних твірних та кіл на заданих поверхнях;

в) виду кривої, її симетрії та її проекцій;

г) вибору поверхонь – посередників для побудови проміжних точок лінії перетину.

9.4 Суть способу поверхонь – посередників

Загальним способом побудови точок лінії перетину двох поверхонь є спосіб допоміжних поверхонь.

Допоміжна поверхня мас перетинати дані поверхні за лініями, які проекціюються у прямі лінії або кола.

У перетині цих ліній з'являються точки, що належать до обох поверхонь, тобто точки їх ліній перетину. Для допоміжних поверхонь звичайно використовують або площини, або сфери.

Із цього і способи побудови лінії перетину поверхонь.

9.5 Приклад побудови лінії перерізу двох криволінійних поверхонь

Використання методу січних площин розглянемо на прикладі побудови лінії перетину двох поверхонь другого порядку.

Задача 2. Побудувати лінію перетину конуса обертання та сфери.

Аналіз завдання показує, що для рішення мають бути використаними допоміжні горизонтальні площини рівня, що перетинають обидві поверхні за колами. За допомогою таких площин можна побудувати будь–яку кількість довільних точок.

Площина Р ($P//\Pi_2$) – спільна площина симетрії даних поверхонь - паралельна до фронтальної площини проекцій.

Площина Р перетинає поверхні за їх головними меридіанами. Точки перетину цих меридіанів є верхньою А та нижньою В точками лінії перетину.

Будь – яка з горизонтальних площин рівня, що розташована між цими точками, може бути використана для отримання пари точок лінії перетину.

Точки видимості С та Д отримані за допомогою площини Q, екватора сфери, горизонтальна проекція якого збігається з обрисом сфери на площині Π_1 (рисунок 9.2).

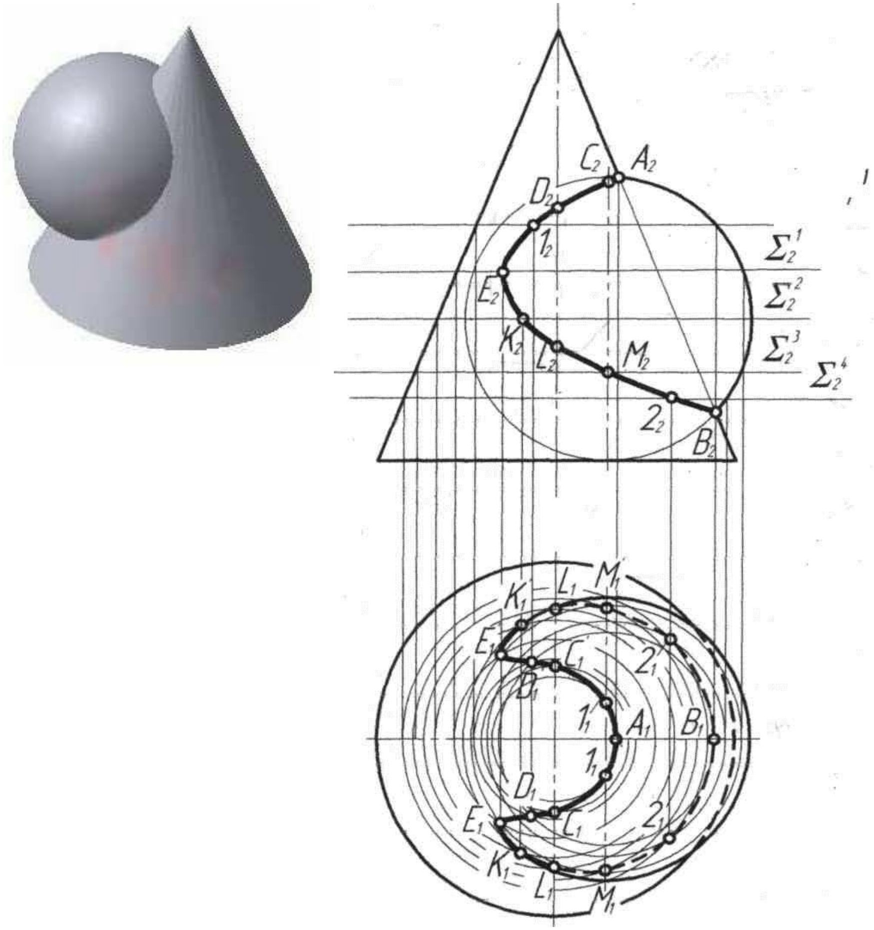


Рисунок 9.2 - Побудува лінії перетину конуса обертання та сфери

Тест для поточного контролю

1 На якому кресленні точка А належить конічній поверхні (рисунок 9.3)?

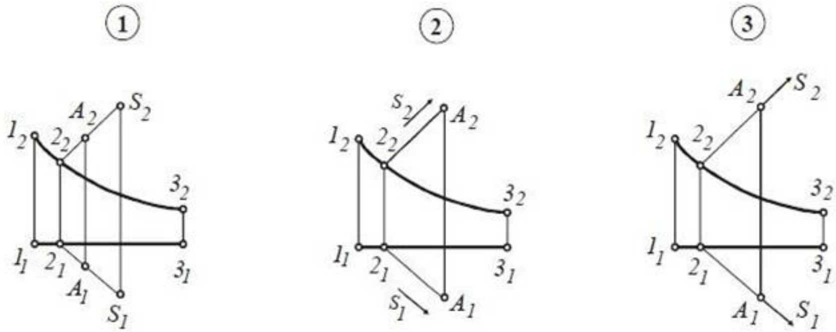
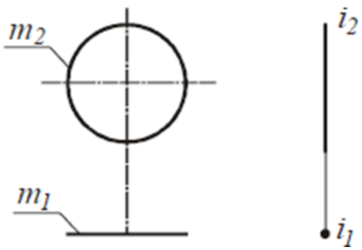


Рисунок 9.3 - Епюр поверхні

2 Як називається поверхня обертання, визначник якої заданий на комплексному кресленні (рисунок 9.4)?



1 - сферична
2 – циліндрична
3 – конічна
4 – торова

Рисунок 9.4 – До другого питання тесту

3 На якому кресленні точка А належить поверхні сфери, заданої фронтальною і профільною проекціями (рисунок 9.5)?

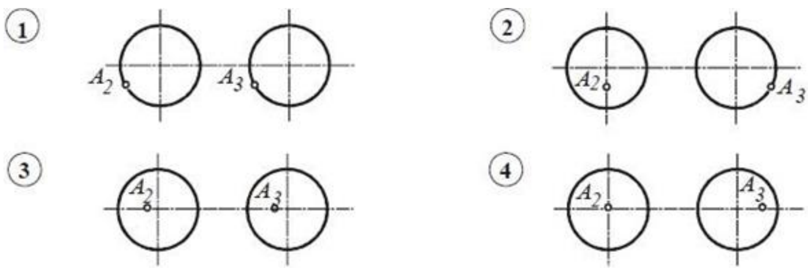
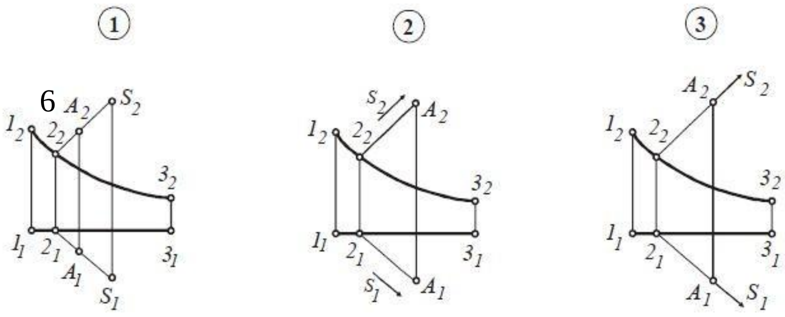


Рисунок 9.5 - Фронтальна і профільна проекції сфери

5 Як зображується екватор поверхні обертання на фронтальній площині проекцій, якщо вісь поверхні перпендикулярна $П_1$?



1) колом; 2) відрізком прямої; 3) еліпсом.

2 Які поверхні з поданого справа списку створюють нарис деталі? Розташувати номери вибраних поверхонь за порядком їх слідування зліва направо (рисунок 9.6)?

1– призматична
2– циліндрична
3– конічна
4– сферична
5– пірамідальна

Рисунок 9.6 - Ескіз деталі

10 ВЗАЄМОПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ. СПОСІБ СФЕР – ПОСЕРЕДНИКІВ.

10.1 Особливі випадки перетину поверхонь другого порядку

Точка, у якій поверхні мають загальну дотичну площину, називається точкою дотикання або точкою дотику поверхонь.

Теорема про подвійне дотикання:

Коли дві поверхні другого порядку мають дві точки дотику, то лінія їх перетину розпадається на дві криві другого порядку, площини яких проходять через пряму, яка з'єднує точки дотику.

Ця теорема застосовується для побудови кругових перетинів тих поверхонь другого порядку, які їх мають. Для цього слід використати сферу, яка має подвійне дотикання з даною поверхнею.

Приклад 1. Побудувати круговий перетин еліптичного циліндра.

Обираємо сферу з центром на осі циліндра та діаметром, що дорівнює відрізку MN - великій осі еліпса. M та N – точки дотику .

Теорема Монжа:

Якщо дві поверхні другого порядку описані навколо третьої або вписані в неї, то вони перетинаються по двом плоским кривим, площини яких проходять через пряму, яка з'єднує точки перетину ліній дотику.

Приклад 2. Побудувати лінію перетину двох циліндрів, осі яких перетинаються між собою та діаметром однакові, тобто описані навколо сфери з центром у точці перетину осей (рисунок 10.2).

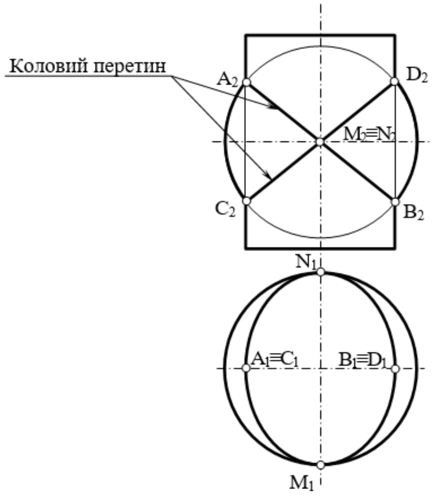


Рисунок 10.1 - Приклад подвійного дотикання

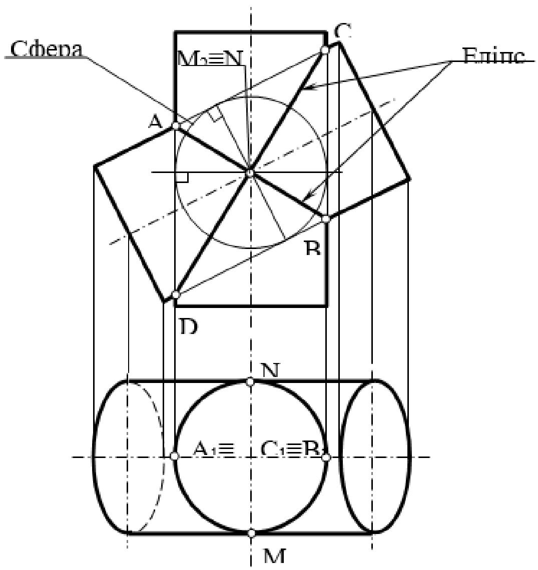


Рисунок 10.2 - Приклад поверхонь обертання, описаних навколо однієї сфери (теорема Монжа)

На основі теореми Монжа лініями перетину циліндричних поверхонь мають бути два еліпса, що розташовані у фронтально – проекціюючих площинах, які на площину $П_2$ проекцюються відрізками прямих AB та CD.

10.2 Спосіб допоміжних сфер

Загальний огляд

Часто для побудови ліній перетину двох поверхонь обертання загального виду з осями, які перетинаються, неможливо підібрати допоміжні січні площини, які б перетинали ці поверхні за геометрично простими лініями (прямі або кола).

Розглянемо спочатку як перетинаються співосні поверхні обертання (тобто поверхні обертання із загальною віссю) (рисунок 10.3).

Твердження 1

Дві співосні поверхні обертання перетинаються по колах, кількість яких дорівнює кількості точок перетину головних меридіанів.

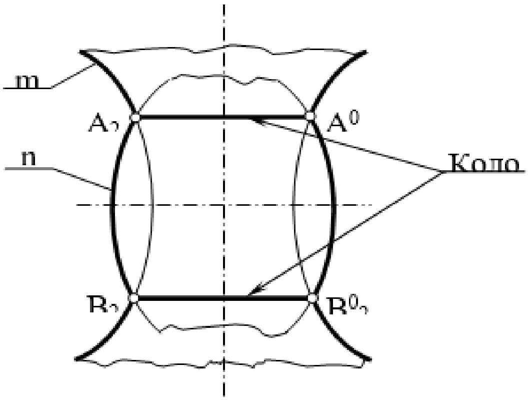


Рисунок 10.3 - Перетин двох співосних поверхонь

Точки А та В є точками перетину головних меридіанів співосних поверхонь обертання.

Під час обертання їх навколо горизонтально–проекцюючої осі утворюються кола – паралелі, які належать одночасно до обох поверхонь. Ці кола проекцюються на площину Π_2 у вигляді відрізків прямих, перпендикулярних до фронтальної проекції осі обертання, а на площину Π_1 – без спотворення, тобто у коло.

Наслідок

Якщо центр січної сфери знаходиться на осі поверхні обертання, то сфера перетинає дану поверхню за колами (рисунок 10.4).

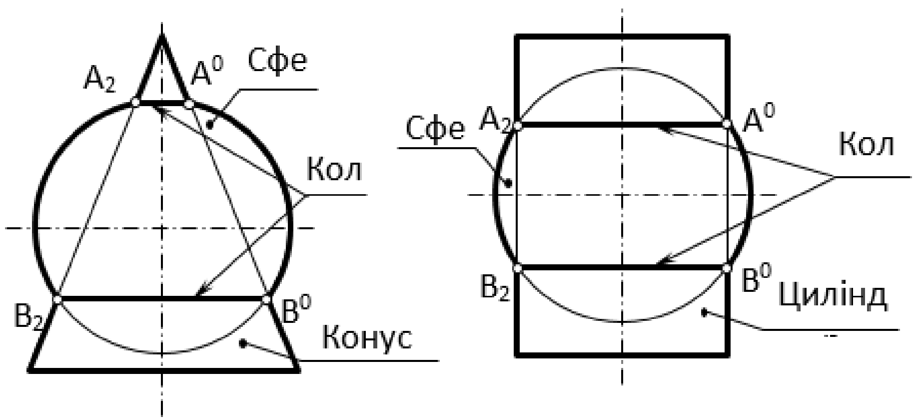


Рисунок 10.4 - Перетин поверхонь конуса та циліндра зі сферою

10.3 Умови, за яких спроможна використовувати спосіб концентричних сфер – посередників

1 Поверхні, що перетинаються, мають бути поверхнями обертання, або мати кругові перерізи.

2 Осі цих поверхонь мають перетинатися та визначати загальну площину симетрії поверхонь.

3 Площина симетрії, що утворена осями, які перетинаються, має бути паралельною до будь – якої площини проекцій.

10.4 Спосіб концентричних сфер

Особливість способу розглянемо на наступному прикладі.

Приклад 1. Побудувати лінію перетину двох циліндрів з осями, що перетинаються та паралельні площині $П_2$ (рисунок 10.5).

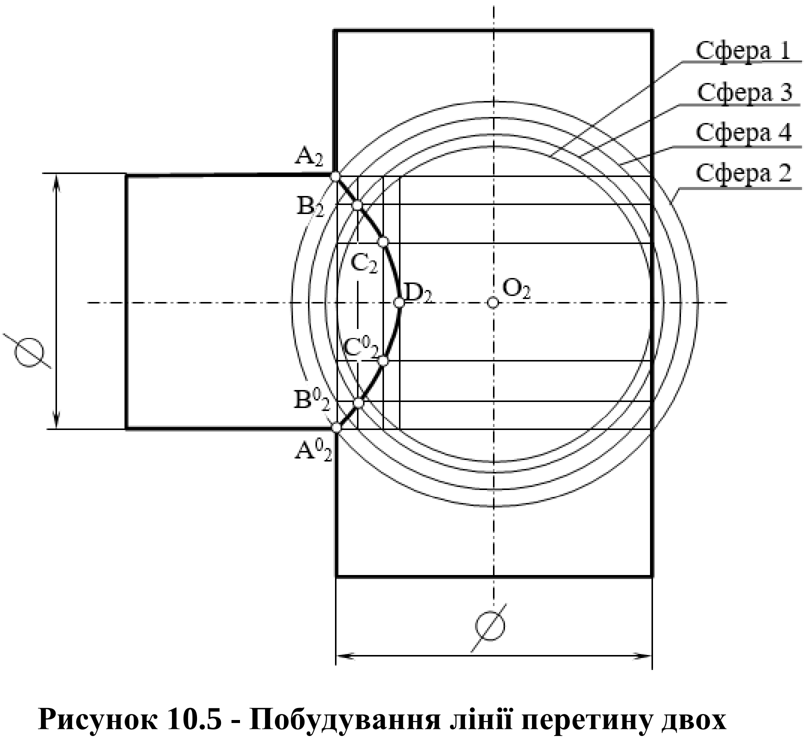


Рисунок 10.5 - Побудування лінії перетину двох циліндрів

Якщо центр О сфери 1 обрано у точці перетину осей поверхонь, то ця сфера 1 перетинає обидві поверхні за колами. Кожне з цих кіл належить до різних поверхонь, але в той же час вони лежать на одній, сфері тому перетинаються. Точки перетину кіл належать до лінії перетину поверхонь.

Перш, ніж приступити до побудови лінії перетину, необхідно визначати радіус мінімальної та максимальної сфер.

Мінімальна сфера обов'язково має дотикатися до однієї поверхні та перетинати або дотикатися другої (Сф.1).

Максимальна сфера (Сф.2) проходить через найбільш віддалену точку перетину обрисів (в даній задачі - це точки А та A^2).

У проміжку між Сф.1 та Сф.2 можна брати сфери довільного радіуса для визначення проміжних точок ліній перетину.

Однією з переваг способу сфер є те, що за його допомогою стає можливим розв'язання задачі тільки на одній площині проекцій.

Тест для поточного контролю

1 На якому кресленні доцільно застосовувати січні

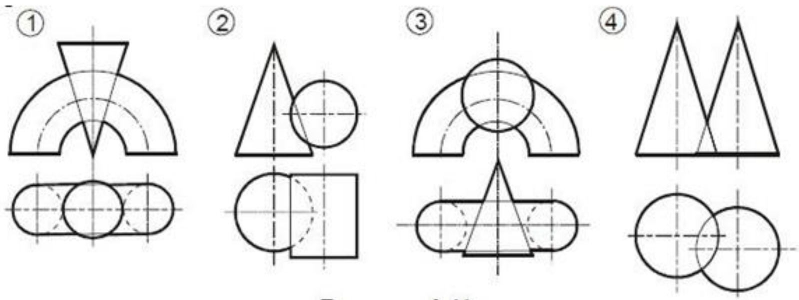


Рисунок 10.6 – Ескізи поверхонь

горизонтальні площини рівня для побудови лінії перетину поверхонь (рисунок 10.6)?

2 На якому кресленні можна побудувати лінію перетину поверхонь тільки способом концентричних сфер (рисунок 10.7)?

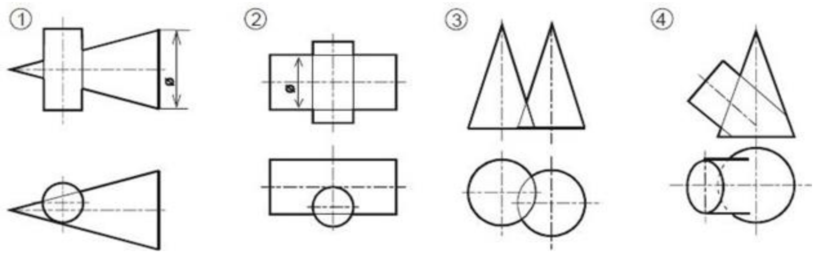
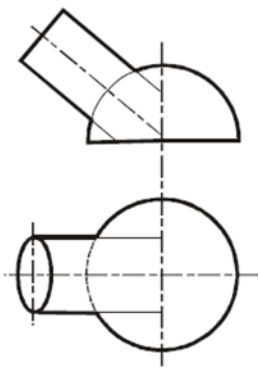


Рисунок 10.7 - Ескізи поверхонь

3 Яка лінія вийде у разі перетину цих поверхонь (рисунок 10.8)?

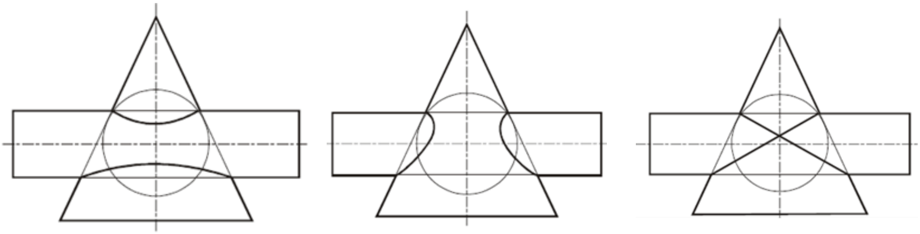


1 – просторова крива
2 – еліпс
3 – коло

Рисунок 10.8 - Ескізи поверхонь

4 На якому кресленні правильно відображений характер лінії перетину циліндра і конуса обертання,

якщо їхні осі розташовані в одній фронтальній площині рівня (рисунок 10.9)?



а б в

Рисунок 10.9 - Ескізи поверхонь

11 АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

У багатьох випадках під час виконання технічних креслень разом із ортогональними зображеннями необхідно мати наочні зображення. Для побудови таких зображень застосовують *аксонометричні проекції*, або *аксонометрію*. Назва аксонометрія утворена із слів старогрецької мови: *аксон*- вісь і *метрео*- вимірюю, отже, аксонометрія означає *вимір по осях.*

11.1 Одержання аксонометричних проекцій

Для одержання наявного зображення предмета використовується система аксонометричних проекцій або аксонометрія. Предмет розташовують відносно площини проекцій таким чином, щоб його головні напрями не були проекціюючими. Тоді на проекції предмета виявляється, хоч із спотворенням, усі три його виміри.

Схема отримання у системі аксонометричних проекцій полягає в тому, що точка А спочатку прямокутно проекціюється на координатну площину, частіше всього на П1, а потім разом є проекцією А1 на основну площину - площину аксонометричних проекцій П (рисунок 11.1).

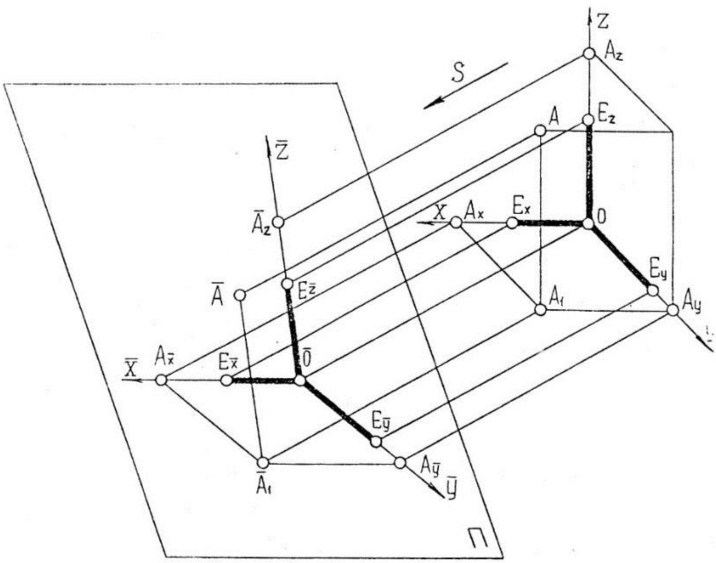


Рисунок 11.1 – Схема отримання аксонометричного зображення точки

S - напрямки проекціювання;

П - площина аксонометричних проекцій;

OXYZ - просторова система координат (система віднесення);

OEx OEy OEz - одиничні відрізки;

$\overline{O}\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$ - система аксонометричних осей;

$\overline{O}\overline{E}x$ $\overline{O}\overline{E}y$ $\overline{O}\overline{E}z$ - проекції одиничних відрізків.

Показники спотворень уздовж аксонометричних осей.

$$Kx=\frac{\overline{O}\,\overline{E}x}{OEx};\qquad Ky=\frac{\overline{O}\,\overline{E}y}{OEy};\qquad Kz=\frac{\overline{O}\,\overline{E}z}{OEz}$$

OAxA1A - просторова координатна ламана;

$O\overline{A}x\overline{A}1\overline{A}$ - аксонометрична координатна ламана (плоска);

$\overline{\text{A}}$ - вторинна проекція точки А.

11.2 Класифікація паралельних аксонометричних проекцій

Залежно від величини кута між напрямом проекціювання та площиною проекцій розрізняють прямокутні (ортогональні) (S$\perp$П) та косокутні (S$\perp$ П) аксонометричні проекції.

Залежно від співвідношення між показниками розрізняють:

а) ізометричні (Кх = Ку = Кz);

б) діаметричні (Кх = Кz $\neq$ Ку);

в) триметричні (Кх $\neq$ Ку $\neq$ Кz) проекції.

11.3 Співвідношення між показниками спотворень прямокутної аксонометрії

Теорема. *Сума квадратів показників спотвореньпрямокутної аксонометрії дорівнює двом.*

$$K_x^2+K_y^2+K_z^2=2 \qquad (1)$$

Ця теорема використовується для визначення параметрів стандартних аксонометричних проекцій. Слід помітити, що завдання кутів між аксонометричними осями прямокутної аксонометрії визначає показники спотворення вздовж цих осей та навпаки.

11.4 Види та параметри стандартних аксонометричних проекцій

По ГОСТ 2.317-69* розрізняють такі види прямокутних аксонометричних проекцій:

а) ***прямокутна ізометрична проекція*** (рисунок 11.2а);

З (1) при Кх = Ку = Кz = К маємо К= $\sqrt{\frac{2}{3}}$ = 0,82;

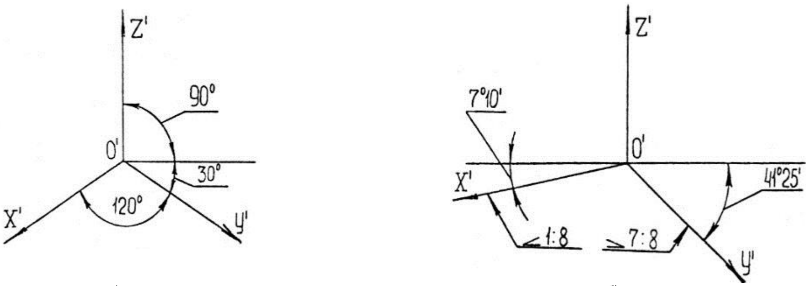
Кх = Ку = Кz = 0,82.

Для зручності під час креслення використовують *приведені показники спотворення* Кх = Ку = Кz = 1.

Так що масштаб збільшення зображення М= $\frac{1}{0{,}82}$ =1,22.

Він називається *масштабом приведення*.

б) ***прямокутна діаметрична проекція*** (рисунок 11.2б):



а) б)

Рисунок 11.2 - Розташування осей:
а) - у прямокутній ізометричній проекції;
б) - у прямокутній диметричній проекції

При Кх=Ку=Кz=К; К= $\sqrt{\frac{8}{9}}$ =0,94; Кх=Кz= 0,94;

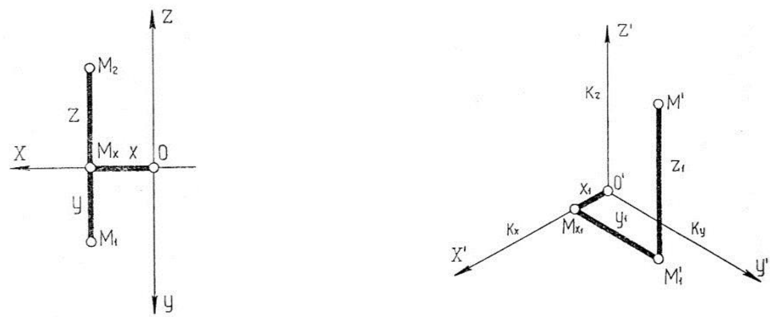
$$Ку= \sqrt{\frac{1}{2}}\, Кх; \qquad Ку = 0,47.$$

Приведені показники перекручення Кх=Кz= 1 , Ку =0,5.

Масштаб приведення $М=\frac{1}{0,94}=1,06.$

11.5 Побудова аксонометричних проекцій точки по її комплексному кресленню

На рисунку 11.3а задане комплексне креслення точки М ($М_1$,$М_2$), а на рисунку 11.3б показана аксонометрична проекція цієї точки.



а) б)

Рисунок 11.3 - Побудова аксонометричної проекції: а) комплексне креслення точки; б) аксонометрична проекція точки.

Побудуємо аксонометричну проекцію $М^1$ точки М:

а) обчислюємо складові x_1, y_1, z_1 аксонометричної ламаної;

б) від точки О вздовж осі $О_1Х_1$ відкладаємо відрізок x_1.

Через одержану точку $Мх_1$ проводимо пряму, паралельну осі $О_1У_1$, на якій відкладаємо відрізок y_1. Одержуємо точку $М_1$ вторинну проекцію точки М;

в) через точку M^1_1 проводимо пряму, паралельну осі O_1Z_1, на якій відкладаємо відрізок z_1.

Одержуємо точку М? - паралельну аксонометричну проекцію точки М.

11.6 Аксонометричні проекції кіл, що розташовані у координатних площинах

Паралельною проекцією кола на площину, яка не паралельна площині кола, як відомо, є еліпс. У прямокутній аксонометрії більша вісь еліпса для кола, яке знаходиться в координатній площині розташовується перпендикулярно до так званої "вільної осі" тобто осі, яка відповідає нульовій координаті точок кіл у просторі.

Для зручності побудови еліпси замінюють овалами (рисунок 11.4 та 11.5). В ізометрії всі овали одинакові, а в симетрії овал, розташований у

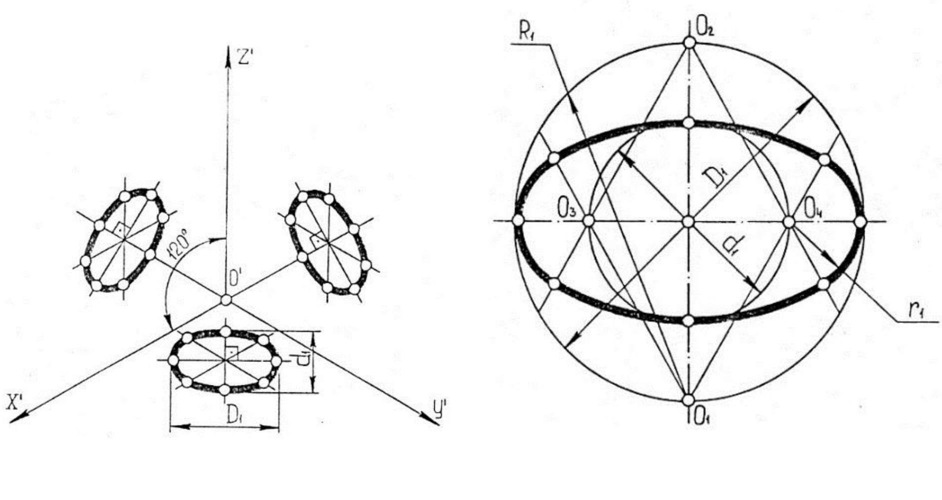


Рисунок 11.5 - Побудова овалу, який замінює еліпс в прямокутній ізометричній проекції

фронтальній площині відрізняється від овалів, розташованих у фронтальній і профільній площинах.

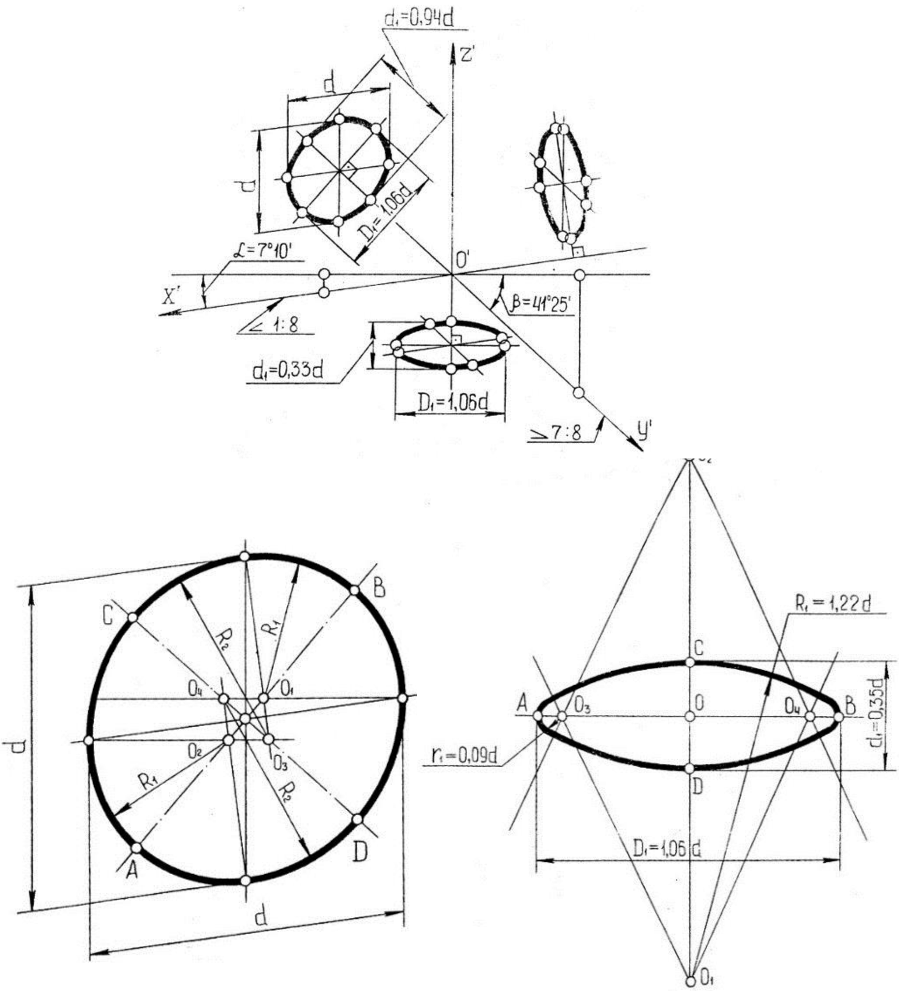


Рисунок 11.6 - Побудова овалу, який замінює еліпс в прямокутній диметричній проекції

Питання для поточного контролю

1 Дайте визначення аксонометрії.

2 Які аксонометричні проекції називають прямокутними?

3 Що таке коефіцієнт спотворення?

4 Як називається аксонометрія у якої усі три коефіцієнти спотворення дорівнюють один одному: $u = v = w$?

5 Як називається аксонометрія у якої два коефіцієнти спотворення дорівнюють один одному і відрізняються від третього: $u = v \neq w$; $v = w \neq u$; $u = w \neq v$?

6 Як називається аксонометрія у якої усі три коефіцієнти спотворення не дорівнюють один одному: $u \neq v \neq w$?

7 Чим замінюють еліпси в аксонометрії?

8 Як розташована велика вісь еліпсів до відповідних аксонометричних осей?

12 ЛІНІЙЧАТІ ПОВЕРХНІ

Лінійчаті поверхні утворюються беззупинним переміщенням у просторі прямолінійної твірної і підрозділяються на ті, що розгортаються і ті, що не розгортаються.

Якщо уявити поверхню у виді гнучкої нерозтяжимої плівки, то в результаті беззупиної деформації цієї плівки вона може бути з'єднана усіма своїми точками з площиною без розривів і накладок. Така поверхня називається ***розгортною.*** У противному випадку поверхня - не розгортна. Самий простий практичний засіб перевірки поверхні на розгортність полягає в прикладанні до неї листа паперу.

Якщо при цьому лист співпадає з поверхнею усіма своїми точками, то поверхня на цій ділянці розгортається.

12.1 Утворення лінійчатих поверхонь загального виду

Лінійчата поверхня загального виду утворюється переміщенням прямої лінії уздовж трьох (у загальному випадку криволінійних) направляючих *a, b* і *c* (рисунок 12.1).

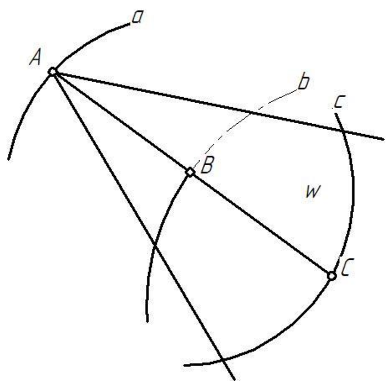


Рисунок 12.1. Утворення поверхні загального виду.

Візьмемо довільну точку А на направляючій *a* і проведемо з неї промені, що перетинають лінію *c* . Одержана в такий спосіб конічна поверхня ω перетинається лінією *b у* деякій точці В. Якщо таких точок виявиться дві і більше, то можна умовитися про те, яку з них вважати шуканою.

Промінь АВ, як не важко уявити, перетинає всі три направляючі і є шуканою твірною лінійчатої поверхні. Аналогічно, обираючий ряд точок А, A_1, ... на лінії *a,* можна побудувати достатню кількість прямолінійних твірних поверхні.

Проте, такого роду поверхні одержали в техніці незначне поширення через їх складність і великі технологічні трудності їх виготовлення.

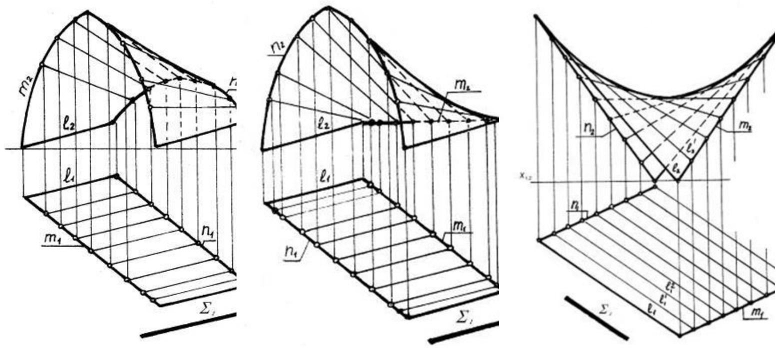
На кресленні лінійчаті поверхні загального виду задаються проекціями трьох направляючих і словесною вказівкою про те, що вони визначають собою лінійчату поверхню. Очевидно, що криві *a, b* і *c* при цьому повинні відрізнятися визначеним положенням один щодо другого, тобто припускати побудову лінійчатої поверхні, що спирається на них. Рекомендуємо самостійно в просторі визначити таке положенням трьох направляючих (можна узяти відрізки прямих), коли побудувати лінійчату поверхню не вдається.

12.2 Поверхні з площиною паралелізму

Велика різноманітність поверхонь утворюється заміною однієї з направляючих якою-небудь додатковою умовою, наприклад, площиною *П,* паралельно якій розташовані усі прямолінійні твірні поверхні (рисунок 12.2а). Така площина називається ***площиною паралелізму.*** Поверхня з двома криволінійними направляючими *a* і *b* і площиною паралелізму називається ***циліндроїдом*** на відміну від циліндричної поверхні, у якої всі твірні паралельні одна одній.

Якщо одна з направляючих, наприклад *a*, - пряма, то поверхня називається **коноїдом** (рисунок 12.2, б).

Якщо обидві направляючі прямолінійні, поверхня називається **косою площиною** або **гіперболічним параболоїдом** (рисунок 12.2, в).



а) б) в)

Рисунок 12.2 - Поверхні з площиною паралелізму

Останні два види лінійчатих поверхонь знаходять широке застосування в архітектурі в якості різноманітних перекриттів, декоративних фасадів, тощо.

Поверхні з площиною паралелізму на кресленні задаються проекціями направляючих ліній і площиною паралелізму, причому перетворенням епюру досягається перпендикуляр-ність площини паралелізму до однієї з площин-проекцій, тобто вона перетворюється в проекціюючу. На рисунку 12.3 задане креслення циліндроїда з площиною паралелізму ∑, що є горизонтально-проекціюючою.

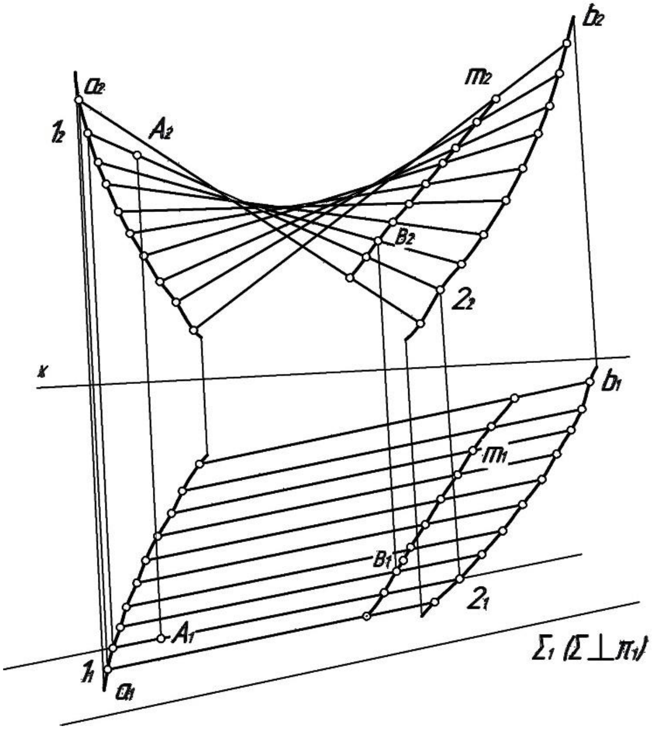


Рисунок 12.3 – Епюр поверхні циліндроїду

Нехай потрібно побудувати фронтальну проекцію точки А, що належить поверхні, якщо задана її горизонтальна проекція. Через точку А проводимо твірну 12 циліндроїду, паралельну площині паралелізму $\sum$. Її горизонтальна проекція 1_1 2_1 інцидентна *a, b* і перетинає направляючі в точках 1 і 2.

Проблемне питання: Як змінилося б рішення задачі, якби була задана не горизонтальна, а фронтальна проекція A_2 точки А?

Підказка 1. Через точку на поверхні циліндроїду проходить єдина прямолінійна твірна. Можемо ми відразу побудувати її фронтальну проекцію? Не можемо. Вона може бути побудована тільки за допомогою горизонтальної проекції, положення якої ми не знаємо.

Висновок. За допомогою прямолінійної утворюючої побудувати вітсутню проекцію точки в цьому випадку не можна.

Підказка 2. Необхідно скористатися загальним методом наближеного рішення таких задач на каркасних поверхнях, тобто побудувати каркас (достатньо щільний в межах заданої точки) прямолінійних твірних провести через задану проекцію фронтальну проекцію m_2 довільної лінії m на поверхні, спректувати точки її перетинання з твірними на горизонтальній проекції і провести через отримані точки горизонтальну проекцію m_1 на який за допомогою лінії зв'язку знайти проекцію A_1 точки A, яку шукаємо. Самостійно виконати всі ці побудови на кресленні.

Завдання на кресленні коноїда або косої площини принципово буде відрізнятися від рисунку 12.3 лише проекціями направляючих ліній, що відбивають засіб утворення поверхні.

Поверхні з площиною паралелізму при порівняльній простоті конструкції дозволяють одержати велику кількість геометричних форм із різноманітними геометричними і технологічними властивостями.

Циліндроїдальні поверхні знайшли широке застосування в сільгоспмашинобудуванні в якості поверхонь відвалів корпусів плуга.

12.3 Гиперболоїд обертання

Розглянуті раніше поверхні є такі, що не розгортаються.

З найбільш цікавих нерозгортних лінійчатих поверхонь варто розглянути однополий гиперболоїд, що утвориться обертанням прямої *l* навколо осі. Знамениті конструкції Шухова В.Г.(1853-1939) складені саме з відсіків таких гиперболоїдів (межа першої потужньої радіостанції СРСР - ім. Комінтерну). На кресленні однополий гиперболоїд задається проекціями осі обертання *i* (i_1, i_2) і твірної *l* (l_1, l_2). Цей визначник (проекція осі *i* і утвірної *l* + алгоритм обертання *l* навколо *i* дозволяє побудувати відсутні проекції точок, що належать поверхні. На рисунку 12.4 заданий однополий гиперболоїд обертання, вісь *i* , як бачимо, займає проекціююче положення стосовно площини $П_1$, що значно спрощує рішення задач.

Нехай задана фронтальна проекція A_2 точки А, що належить поверхні гиперболоїду і розташована на видимій його частині стосовно площини $П_2$. Визначимо її горизонтальну проекцію.

1 Проведемо через точку горизонтальну площину $\sum$, що перетинає гиперболоїд по колу.

2 Це коло перетинає твірну *l* у точці 1 (1_1 , 1_2) і проектується на площину $П_1$ у вигляді кола.

3 Радіусом R проводимо коло і на ньому знаходимо проекцію A_1 точки А, яку шукаємо. Приведений вище порядок побудови горизонтальної проекції точки по заданій фронтальній і є алгоритмічною частиною визначника креслення поверхні.

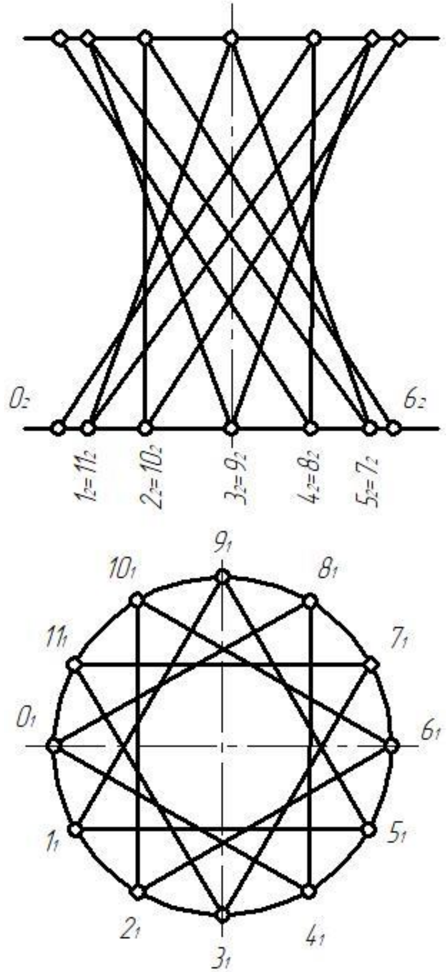


Рисунок 12.4 – Епюр однополого гиперболоїду обертання

Задача має два рішення (точки A і A°). З урахуванням видимості точки на фронтальній проекцпї поверхні вибирають A°.(невидима на пл. $П_2$), або A (видима). Якщо задана горизонтальна проекція точки, то для знаходження її фронтальної проекції побудови виконують у зворотньому порядку.

Рекомендуємо побудувати самостійно фронтальну проекцію точки В (горизонтальна її проекція B_1 задана). Зверніть увагу на виникаючі при цьому два рішення і виділіть з них видиму на горизонтальній проекції точку.

12.4 Поверхня з пропорційною розбивкою хорд

Зазначений у заголовку термін широко застосовується (як і самі поверхні) в авіабудуванні (поверхня крила). Щоб провести зазначену поверхню через дві дуги *a* і *b* (як правило, розташовані в паралельних площинах), хорди дуг поділяють на однакове число рівних частин, у перпендикулярному до хорди напрямку визначають точки на кривих і відповідні один одному з'єднують прямолінійними твірними (рисунок 12.5).

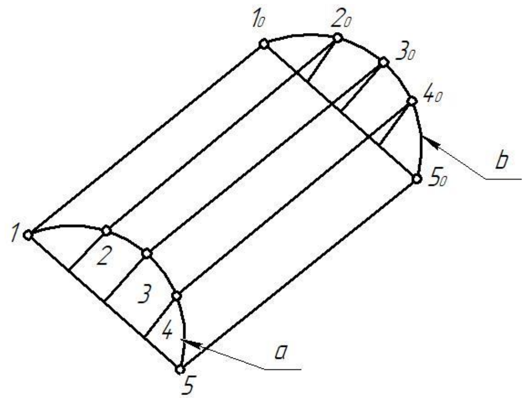


Рисунок 12.5 - Поверхня з пропорційною розбивкою хорд

Ми будемо застосовувати такі поверхні при апроксимації (наближеній заміні) поверхонь із наступною побудовою їхньої розгортки.

Поверхні, що розгортаються

Поверхні, що розгортаються, одержали винятково широке поширення в техниці, завдяки таким дуже важливим властивостям:

1. Можливість штампування їх із аркушевого матеріалу. При мінімумі залишкових деформацій і напруг цей процес здійснюється з мінімальними витратами енергії;

2. Можливість застосування їх у якості робочих і несучих поверхонь в умовах великої щільності середовища.

Останні обставини пояснимо на прикладі лемешно-відвальної поверхні, що розгортається. При прямуванні по такій поверхні грунтовий шар перетерплює в основному напруги і відчуває деформації простого вигину, унаслідок чого втрати енергії на руйнацію шару (якщо по агротребованіям це не передбачається) - мінімальні. Тому, як свідчать численні дослідження, що розгортні лемешно-відвальні поверхні в порівнянні з аналогічними , що не розгортаються , мають зменшене на 5 -10% (в окремих випадках до 20% при оранні сильно задернілих-грунтів) питомий тяговий опір, що за рахунок економії палива й інших матеріальних витрат дає в масштабах країни тільки по напівгвинтовим- і гвинтовим корпусам економічний ефект біля 6,5 млн-крб. у рік.

На необхідність широкого застосування лемешно-відвальних поверхонь, що розгортаються, неодноразово вказував один з основоположників землеробської механіки акад. Горячкін В.П. Ним проведені глибокі дослідження і запропоновані оригинальні методи проектування. Його ідеї дотепер розробляються нашими вченими.

Для судових обводів і зовнішньої обшивки судів різноманітного призначення останнім часом також усе ширше стали застосовуватися поверхні, що розгортаються. Все це говорить про актуальність застосування поверхонь, що розгортаютиься, і важливості їх вивчення в курсі нарисної геометрії.

12.5 Утворення поверхні загального виду, що розгортається, циліндричні і конічні поверхні

Властивістю розгортності можуть володіти лише поверхні, отриманні переміщенням прямої лінії (лінійчаті поверхні) і задовольняючи визначеним умовам. Ці умови розглядаються в курсі диференціальної геометрії і мають різноманітний ступінь строгості і спільності. Ми розглянемо найпростішу ознаку розгортності поверхонь: якщо дві нескінченно близько розташовані прямолінійні твірні поверхні перетинаються або паралельні, то така поверхня розгортається.

Очевидно, що вищерозглянутих поверхонь із площиною паралелізму нескінченно близько розташовані утворюючі перехресні, тому всі ці поверхні такі, що не розгортаються.

Самим загальним видом поверхонь, що розгортаюься, є так звані торсові поверхні. Вони утворюються множиною дотичних до просторової кривої *m*, названої ребром повернення (рисунок 12.6) при цьому, як правило, у середині простору, обмеженого ребром повернення утворяться порожнини, де прямолінійні твірні не проходять. Перетин поверхні площиною , що не проходить через твірні і яка перетинає ребро повернення, дає криву, що має точку повернення.

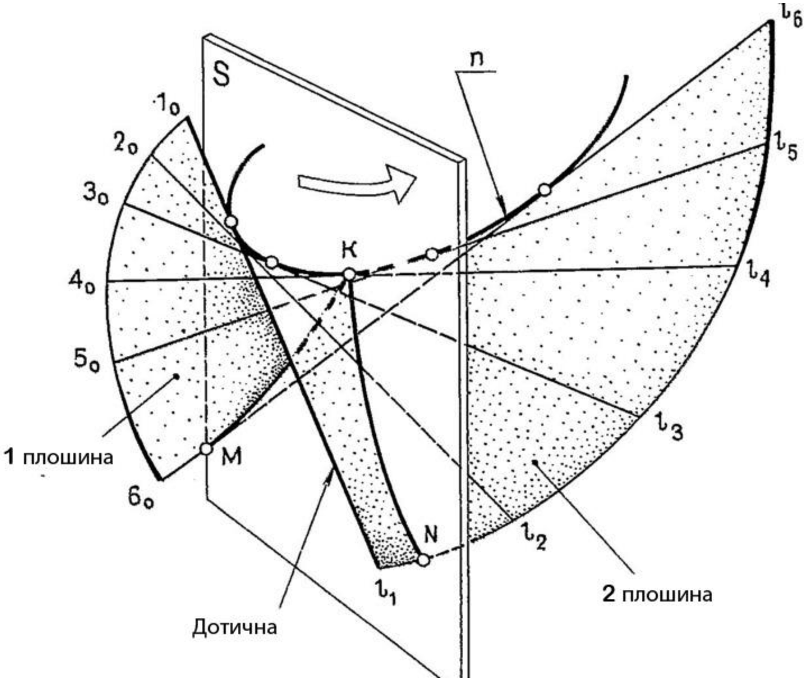


Рисунок 12.6 - Торсова поверхня

Поверхню, що розгортається, на кресленні можна задати проекціями кривої і словесними вказівками про те, що крива *m* - ребро повернення поверхні. Торкання, як відомо, не порушується при проектуванні, що дозволяє побудувати довільне число дотичних (точніше їхніх проекцій) на кресленні і тим самим задати каркас поверхні. Якщо потрібно побудувати, наприклад, горизонтальну проекцію точки А, яка належить поверхні (A_2 - задана), що через A_2 проводять дотичну до m_2, будують її горизонтальну проекцію за допомогою т. 4, на якій відчиняється т. A_1 (рисунок 12.6), яку шукаємо.

Різновидами торсової є ***конічна*** поверхня (ребро повернення виродилось в точку S), усі твірні якої проходять через т.S, а також ***циліндрична*** поверхня (у якої усі твірні рівнобіжні, а ребро повернення перетворилося в нескінченно віддалену точку.

Питання для поточного контролю

1 Які поверхні називаються лінійчатими?

2 Які лінійчаті поверхні називаються розгортними?

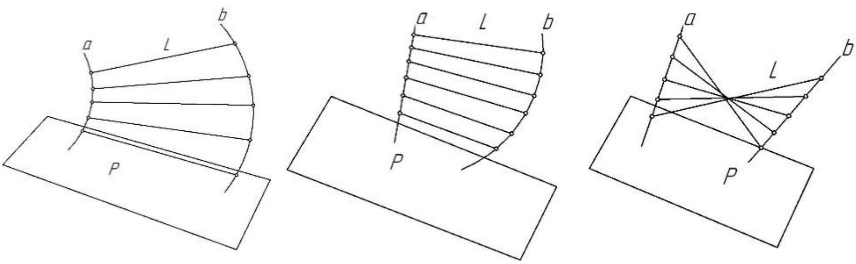
3 Яку лінійчату поверхню називають циліндроїдом?

4 Яку лінійчату поверхню називають косою площиною?

5 Яку лінійчату поверхню називають коноїдом?

6 Як утворюється лінійчата поверхня з пропорційною розбивкою направляючих?

7 Яка із наведених поверхонь є гіперболічним параболоїдом (рисунок 12.7)?



а б в

Рисунок 12.7 – Поверхні з направляючою площиною

13 ГВИНТОВІ ПОВЕРХНІ

Гвинтові поверхні утворюються гвинтовим рухом твірної по гвинтовій напрямній лінії. Лінійчаті гвинтові поверхні називаються гелікоїдами. Розглянемо спочатку утворення циліндричної та конічної гвинтових ліній.

13.1 Циліндрична гвинтова лінія

Циліндрична гвинтова лінія (геліса) - це просторова крива, що описана точкою, яка виконує одночасно рівномірний рух обертання (з постійним радіусом обертання R) та поступальний рух (рисунок 13.1). Ця лінія належить поверхні циліндра обертання, та всі її дотичні мають однаковий кут нахилу до горизонтальної площини проекцій (крива постійного нахилу). Якщо побудувати розгортку циліндричної поверхні, то гвинтова лінія буде прямою лінією на розгортці, тобто гвинтова лінія є геодезичною лінією на циліндричній поверхні.

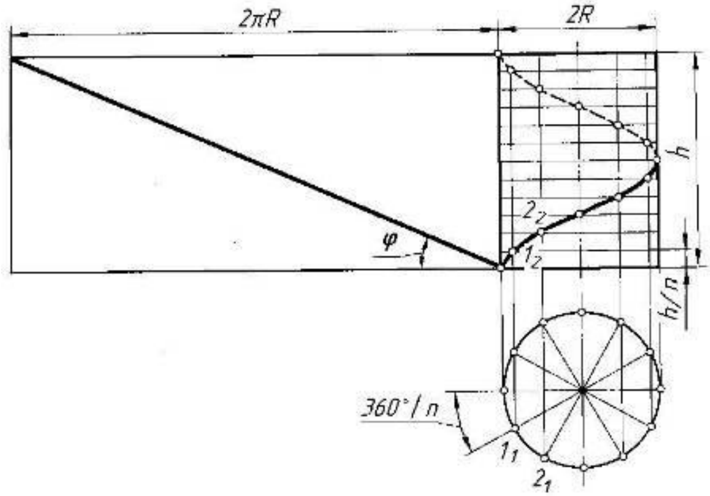


Рисунок 13.1 – Циліндрична гвинтова лінія

Зміщення точки вздовж твірної за один оберт циліндра називається кроком циліндричної гвинтової лінії. Якщо крок h постійний, тоді гвинтова лінія перетинає всі твірні циліндра під одним і тим же кутом. Гвинтова лінія буває права і ліва. На рисунку 13.1 напрям гвинтової лінії – правий. Висота циліндра, яка дорівнює кроку гвинтової лінії h розділена на 12 рівних частин: n = 12. При повороті точки на 360°/n, вона повинна перемісти- тися паралельно осі циліндра на 1/ n кроку.

При розгортці циліндричної поверхні на площину гвинтова лінія перетворюється в пряму. Кут підйому гвинтової лінії j залежить від радіу са циліндра R і кроку h: $h = 2pR\ tgj$.

Конічна гвинтова лінія (рисунок 13.2) – просторова крива

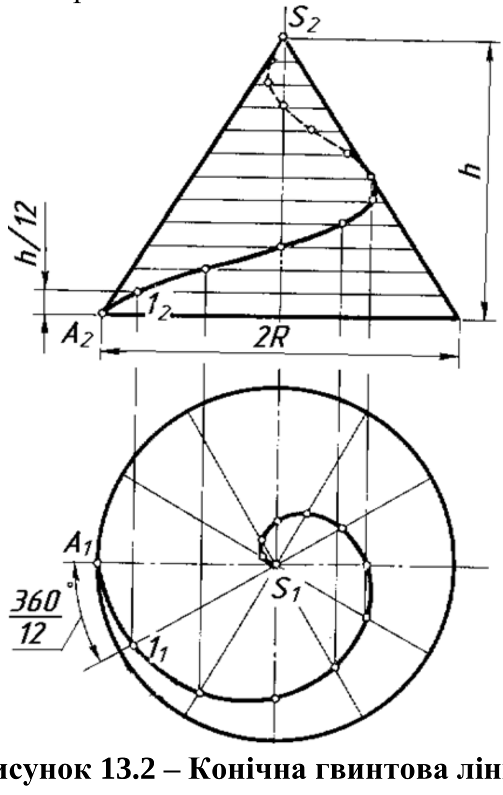


Рисунок 13.2 – Конічна гвинтова лінія

лінія, яка утворюється рухом точки на поверхні прямого кругового конуса, що обертається навколо своєї осі.

13.2 Утворення та класифікація лінійних гвинтових поверхонь

Гвинтові поверхні утворюються гвинтовим переміщенням довільної твірної кривої, як правило, плоскої. Частіше в ролі твірної виступає коло (поверхня гвинтових пружин) або пряма.

Надалі будемо розглядати тільки лінійчаті гелікоїди, що утворені переміщенням прямолінійної твірної вздовж напрямної циліндричної гвинтової лінії.

Лінійчаті гелікоїди бувають:

1 Закриті (твірна пряма перетинає вісь гвинтової лінії)

а) прямолінійні твірні перпендикулярні до осі ($L \perp i$) - ***прямий гелікоїд (гвинтовий коноїд)*** (рисунок 13.3);

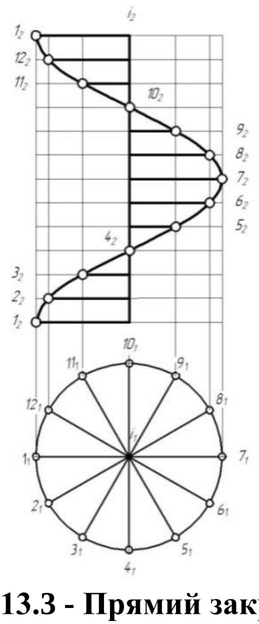


Рисунок 13.3 - Прямий закритий гелікоїд

б) прямолінійні твірні не перпендикулярні до осі та складають з нею постійний кут L - ***похилий (косий) гелікоїд*** (рисунок 13.4).

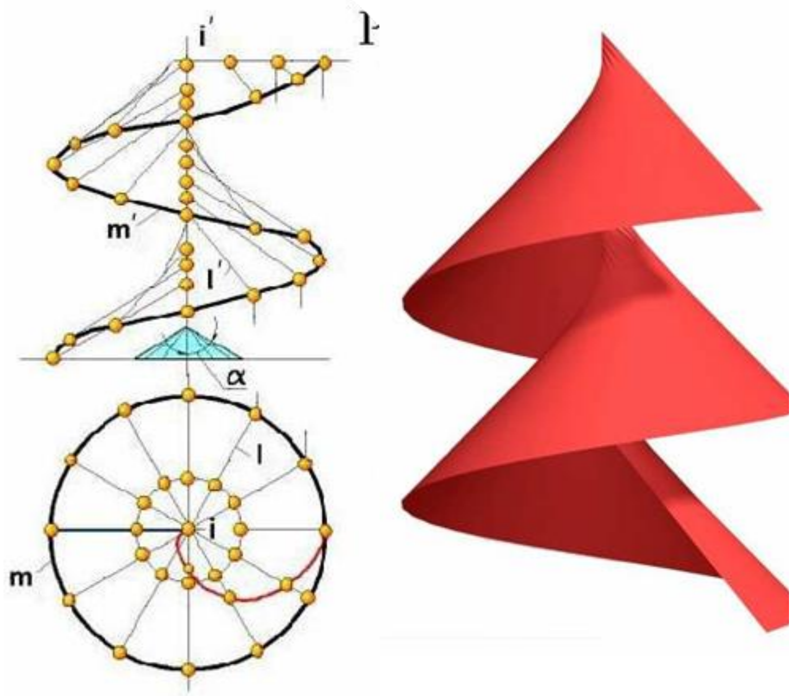


Рисунок 13.4 – Похилий закритий гелікоїд

Прямий гелікоїд має площину паралелізму Р. На відміну від нього похилий гелікоїд - напрямний конус W (твірні гелікоїда паралельні відповідним твірним конуса).

2 Відкриті (твірні мимобіжні з віссю 1).

а) 1 $\perp$і прямий гелікоїд (гвинтовий циліндроїд (рисунок 13.5);

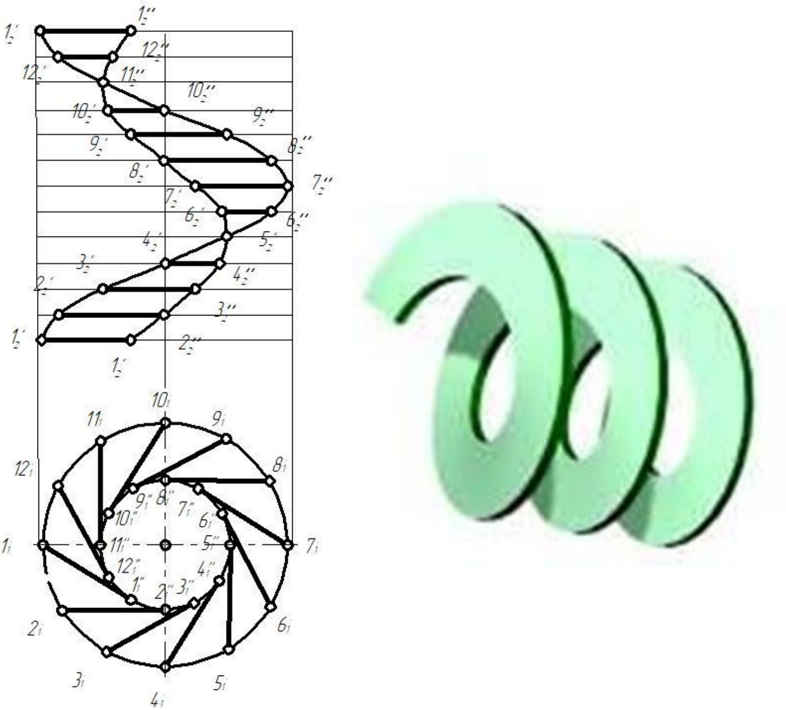


Рисунок 13.5 - Прямий відкритий гелікоїд

б) $l \perp i$ похилий відкритий гелікоїд. Цей вид гелікоїда може утворитися двояко:

1 рухом прямої, що спирається на дві гвинтові лінії (рисунок 13.6);

2 рухом прямої, дотичної до гвинтової лінії (рисунок 13.7).

В останньому випадку одержимо так званий ***розгортний гелікоїд (гвинтовий торс)***. Інколи його називають ***евольвентним гелікоїдом***, оскільки лінія його перетину з площиною, перпендикулярною до осі, є евольвентою кола.

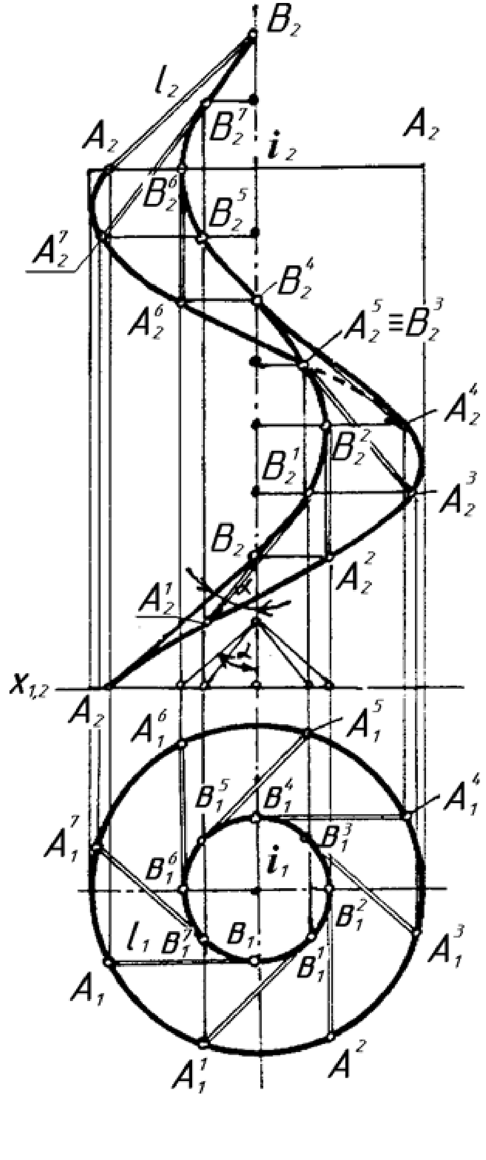


Рисунок 13.6 – Похилий відкритий гелікоїд

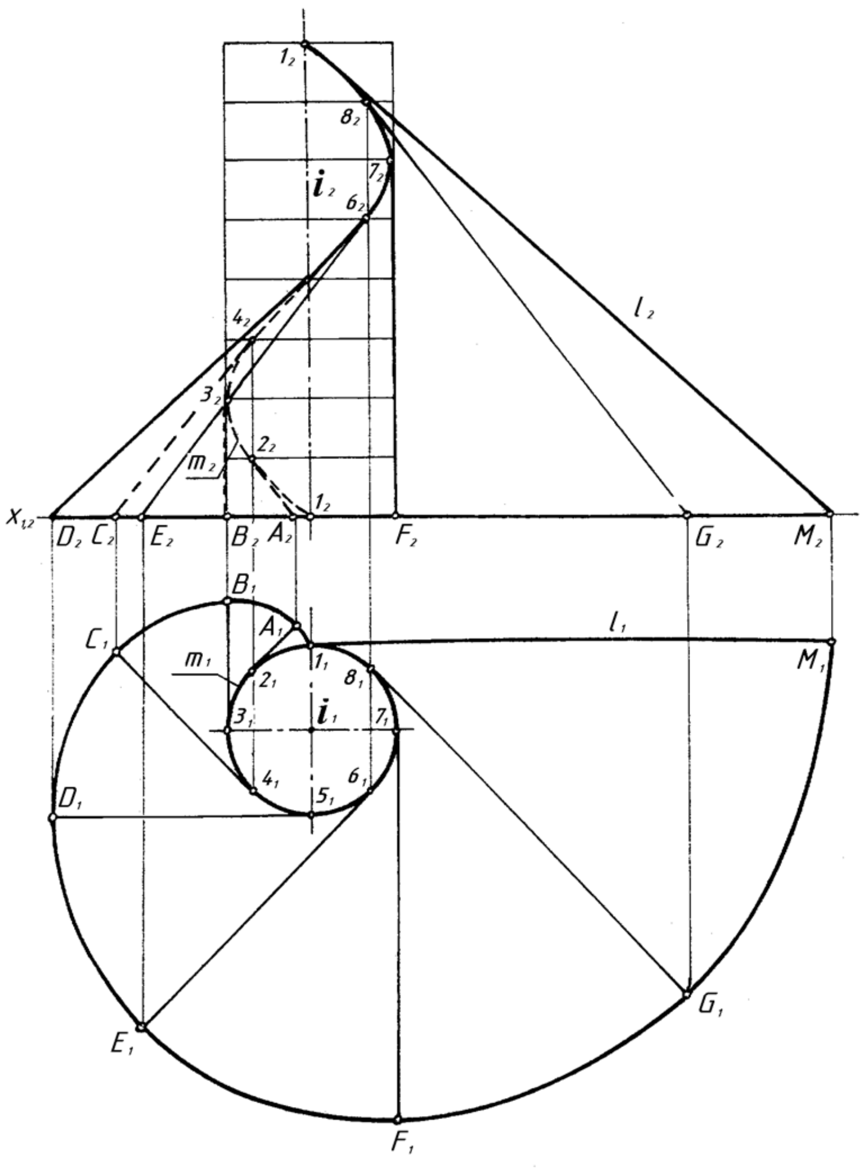


Рисунок 13.7 - Розгортний гелікоїд (гвинтовий торс)

13.3 Застосування гелікоїдних поверхонь

Гелікоїди є одним з найбільш поширених видів поверхонь в техніці. Наприклад, робочі поверхні прямокутних (ходових) різьб являють собою прямі гелікоїди, а поверхні трикутної, трапецієдальної різьби є похилими гелікоїдами.

Поверхні гвинтів утворюються гвинтовим рухом профиля різьби (трикутник, трапеція, прямокутник) (рисунок 13.6).

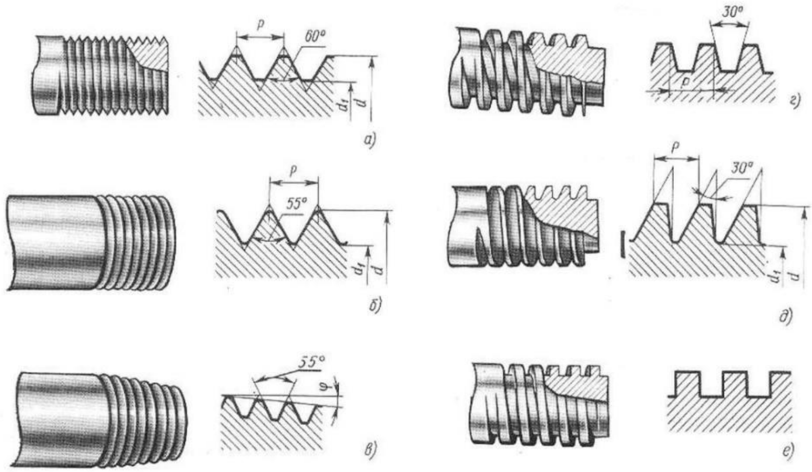
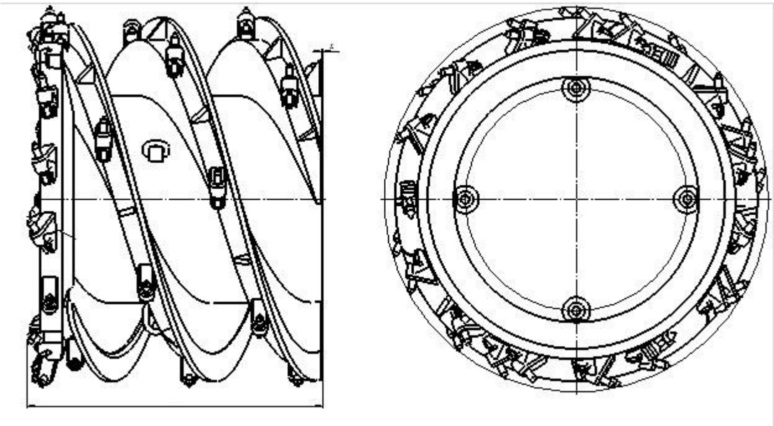


Рисунок 13.6 - Профілі різьби

Гвинтові поверхні широко застосовуються в архітектурі, сільгоспмашинобудуванні, будівництві (гвинтові драбини, гвинтові в'їзди в багатоповерхові автосховища - так звані пандуси тощо),. Одним з головних призначень гвинтових поверхонь в сільгоспмашинобудуванні є перетворення руху обертання ведучого робочого органа в поступальне переміщення виконуючого механізму або матеріалу середовища.



.Рисунок 13.7- Шнековий робочий орган ямокопача

Вдомі шнекові робочі органи ямокопачів, так звані бури, в яких за рахунок обертання шнека здійснюється розпушення землі та виніс її на денну поверхню (рисунок 13.7).

Відома також ідея застосування шнекового плуга, де процес оранки здійснується активним шнековим робочим органом, розташованим горизонтально.

Питання для поточного контролю

1 Як утворюється циліндрична гвинтова лінія?

2 Як утворюється циліндрична гвинтова лінія?

3 Як утворюються лінійчаті гвинтові поверхні?

4 Як утворюються і чим задається прямий закритий гелікоїд?

5 Як утворюються і чим задається похилий закритий гелікоїд?

6 Як утворюються і чим задається прямий відкритий гелікоїд?
7 Як утворюються і чим задається похилий закритий гелікоїд?
8 Що таке гвинтовий торс?
9 Назвіть галузі застосування гелікоїдів.

14 РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ

14.1 Розгортні поверхні

Поверхню будемо розглядати як гнучку, нерозтяжну оболонку. Розглянемо таку її деформацію, коли не утворюються розриви та складки поверхні. Поверхні, які можна сполучити всіма своїми точками з площиною у результаті вказаної вище деформації, називаються розгортними. Фігуру, що одержана при сполученні відсіку поверхні, що розгортається з площиною називають *розгорткою*. Побудова розгорток викликає великий інтерес при конструюванні різних оболонок, сосунів, резервуарів, поверхонь робочих органів сільгоспмашин та машин по кормоприготуванню і т.ін.

Істотно, що не всі поверхні є розгортними. Вказаною властивістю можуть володіти лиш поверхні, що одержані переміщенням прямої лінії (лінійчаті поверхні) та задовольняють певним умовам. Ці умови формуються у курсі диференціальної геометрії та мають різну ступінь точності та загальності. Ми розглянемо найпростішу ознаку розгортності поверхні.

Якщо дві нескінченно близько розташовані прямолінійні твірні поверхні перетинаються або паралельні, то така поверхня – розгортна.

14.2 Види розгорток

Розгортки умовно класифікуються таким чином.

а) *точні* - розгортки, що розраховані аналітично або одержані натуральним моделюванням;

б) *наближені* - розгортки, що побудовані графічно;

в) *умовні* - розгортки нерозгортних поверхонь.

14.3 Властивості, що зберігаються при розгортанні поверхонь (дивись рисунок 14.1).

– довжина двох відповідних ліній розгортки та поверхні,
співпадає;

– кути, що утворені лініями на поверхні, та кути між відповідними лініями на розгортці дорівнюють один одному;

– замкнута лінія на поверхні та відповідна їй лінія на розгортці обмежують фігури з однаковою площею.

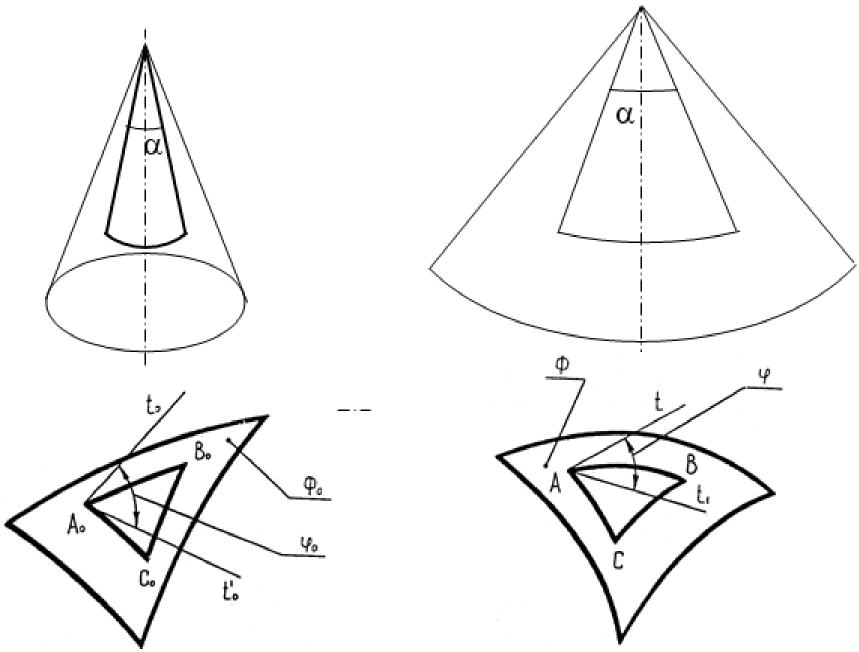
$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A_0 B_0 C_0}.$$

Наслідки із властивостей:

– площа поверхні дорівнює площі її розгортки;

– прямій на поверхні відповідає пряма на розгортці (але не навпаки);

Лінії поверхні, що відповідають прямим лініям на розгортці називаються геодезичними. Геодезичні лінії існують і на нерозгортних поверхнях та визначаються як лінії, що найкоротшим шляхом з'єднують дві точки поверхні.



а)   б)

Рисунок 14.1- Зображення поверхні та її розгортки:
а) поверхня; б) розгортка.

Геодезичні лінії відіграють велику роль у розрахунках різних техпроцесів (наприклад, граничною траєкторією руху частки ґрунту по лемішно–відвальній поверхні є геодезична лінія), та особливо в конструюванні різних тентових покрить та оболонок. Так як відрізки цих ліній є найкоротшими на поверхні, то завдання поверхні сіткою геодезичних ліній дозволяє істотно економити метал, спрощує розрахунок.

14.4 Основні способи побудови розгорток

Побудова точних розгорток (аналітично), як правило, пов'язана із складними аналітичними перетвореннями, а для складних поверхонь - з рішенням диференціальних рівнянь, які, як правило в елементарних функціях не розв'язуються. Тому удаються до графічних (графоаналітичних) побудов наближених та умовних розгорток. Основними способами побудови наближених розгорток є:

14.4.1 Спосіб нормального перерізу

Суть способу розглянемо на прикладі побудови розгортки тригранної призми.

Для побудови розгортки способом нормального перерізу (рисунок 14.2) призму перетинають площиною R(R⊥П2) перпендикулярно до бокових ребер, та визначають натуральні величини сторін фігури, що утворилась у перерізі. З точок, що є початком та кінцем кожної дільниці прямої, проводять перпендикулярні їм лінії. На цих лініях відкладають натуральні величини відрізків, що відповідають відрізкам бокових ребер многогранника, та послідовно з'єднують усі точки. Утворюється розгортка бокової поверхні. Для одержання повної розгортки многогранника до бокової поверхні додаються поверхні основ (рисунок 14.2).

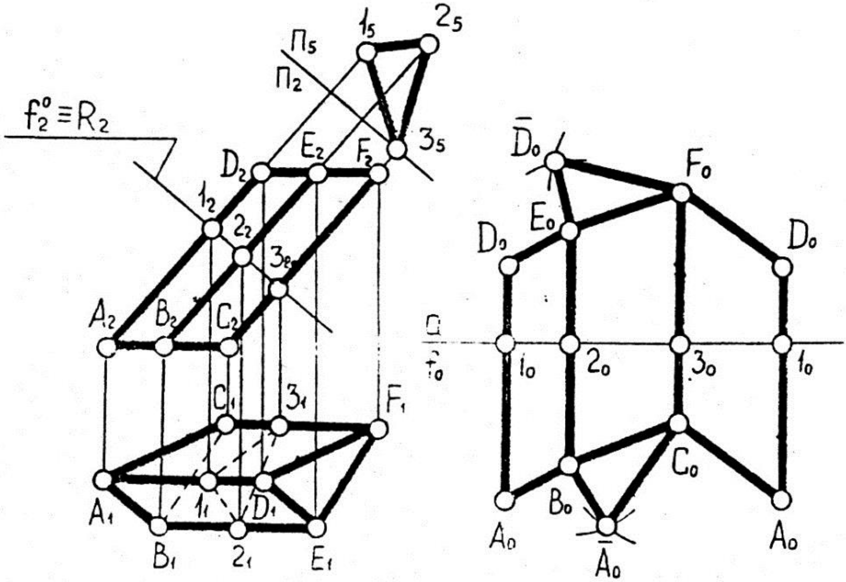


Рисунок 14.2 - Побудова розгортки тригранної призми способом нормального перерізу

14.4.2 Спосіб розкатки

Спосіб розкатки застосовується в окремих випадках, коли ребра призми або твірні циліндра паралельні одній з площин проекцій, а основи - іншій площині проекцій. Розглянемо приклад побудови розгортки призми (рисунок 14.3), основи якої паралельні П2, а ребра паралельні П1.

Уявимо горизонтальну площину, що проходить через ребро АЕ, з якого сполучаються бокові грані призми. Грань AECG - площина, в якій ребро АЕ - горизонталь (h1, h2). Щоб сумістити грані AECG з горизонтальною площиною, що проходить через ребро АЕ, будемо обертати точку С навколо горизонталі.

Суміщене положення точки Co можна визначити таким чином. A2C2 є натуральною величиною ребра AC, з точки A1 проводиться засічка радіусом A2C2 на сліді площини обертання, що проходить через точку C1.Одержусмо точку Co. Аналогічно визначається суміщене положення точок Bo, Fo та Ao, Eo.

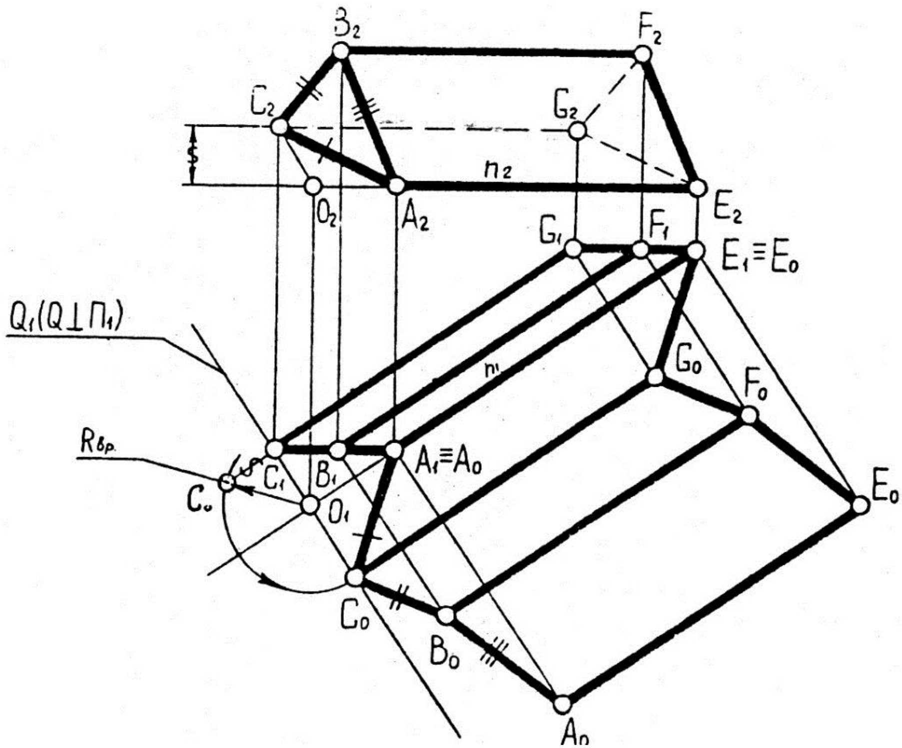


Рисунок 14.3 - Побудова розгортки призми способом розкатки

Методом розкатки може бути побудована розгортка циліндричної поверхні. У цьому випадку розгортається вписана в циліндричну поверхню багатогранна призматична поверхня.

14.4.3 Спосіб тріангуляції (трикутників)

Спосіб тріангуляції полягає в апроксимації (наближеній заміні) заданої поверхні багатогранною, яка складається з секторів - трикутників, з наступною розгорткою одержаного багатогранника.

Суть способу покажемо на конкретному прикладі.

Побудувати розгортку відсіку конічної поверхні (рисунок 14.4). Для побудови розгортки конічної поверхні її спочатку апроксимуємо поверхнею піраміди. На основі конічної поверхні вибираємо ряд точок (1,2,3,4), з'єднуємо їх з вершиною S та між собою. Таким чином крива лінія основи замінюється ламаною, а бокова поверхня - трикутними гранями.

Для побудови розгортки вписаного в конічну поверхню многогранника необхідно визначити натуральні величини ребер основи (хорд) та бокових твірних. Натуральну величину твірних піраміди визначаємо обертанням навколо проекціюючої осі. Розгортка складається із послідовного ряду трикутників (граней піраміди), що побудовані за трьома сторонами (засічками).

Спосіб тріангуляції застосовується для побудови умовних розгорток, хоча апроксимація поверхні (заміна її ділянок трикутниками) - процес не простий і вимагає певних знань про поверхню, навичок та аналізу побудов.

Розгортки кривих поверхонь

На рисунку 14.5 показано побудову розгортки нахиленої (еліптичної) конічної поверхні способом

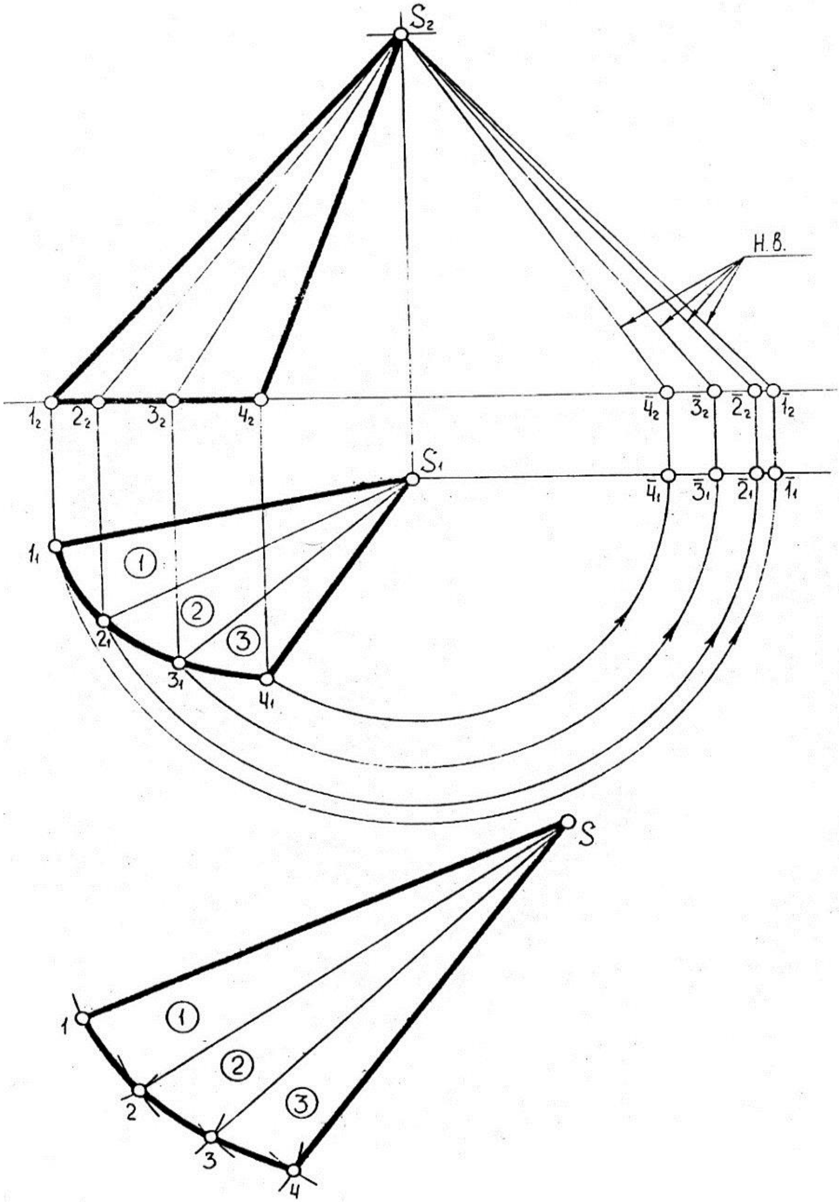


Рисунок 14.4 - Побудова розгортки конічної поверхні

трикутників (тріангуляції), яка замінена пове- рхнею вписаної в неї восьмикутної піраміди. Розгортка має симетричну фігуру, тому що має площину симетрії. В цій площині лежить сама довга твірна $S - 1$. По ній виконано розріз поверхні. Сама коротка твірна $S - 5$ є віссю симетрії розгортки поверхні. Натуральні величини твірних визначені методом обертання навколо осі i.

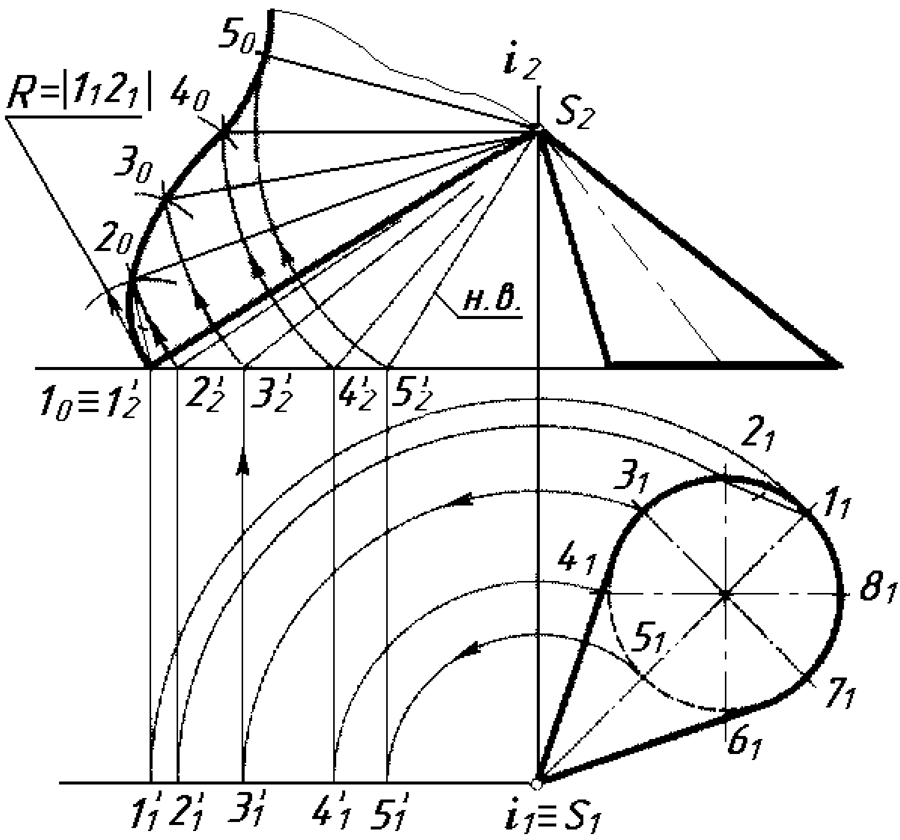


Рисунок 14.5 - Побудова розгортки еліптичного конуса

Розгортку нахиленого циліндра будують наближено (рис. 14.6). На його поверхні спочатку виконують заміну фронтальної площини проекції так, щоб на додатковій площині проекції твірні відобразились в натуральну величину. Бічну поверхню циліндра замінюють призмою, бічні ребра якої збігаються з дискретним каркасом твірних циліндра. Розгортку призми бу- дують так само, як показано на рисунку 14.3.

Розглянемо відсік поверхні, що не розгортається, та проходить через коло та відрізок прямої (рисунок 14.6).

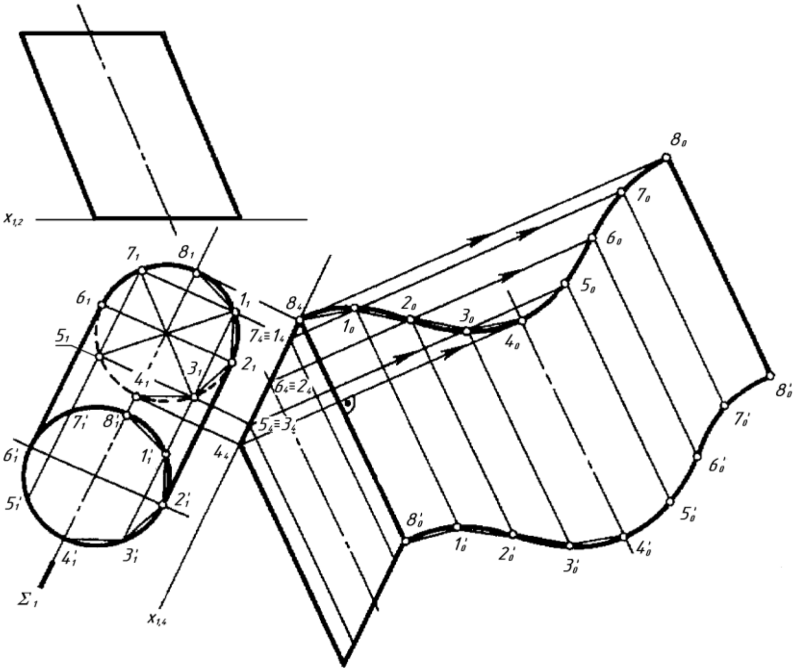
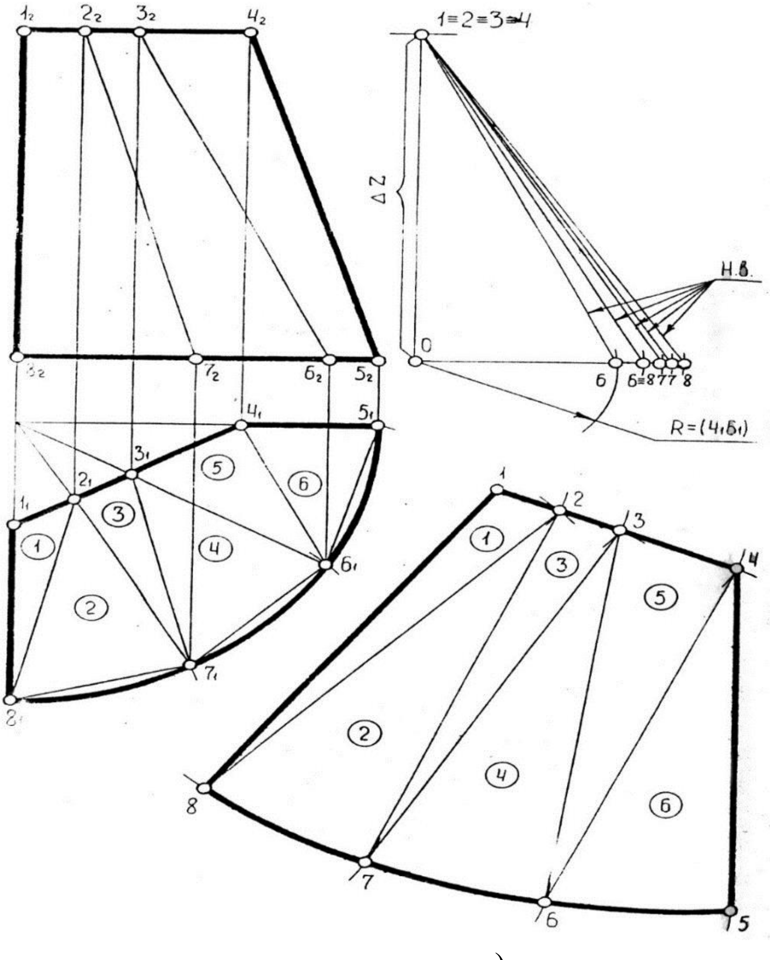


Рисунок 14.6 - Побудова розгортки еліптичного циліндра

Апроксимацію поверхні трикутниками здійснюють таким чином (рисунок 14.7а), щоб плоскі трикутники якомога ближче прилягали до поверхні.



в)

Рисунок 14.7 - Побудова розгортки заданої нерозгортної поверхні:

а) - апроксимація поверхні трикутниками;
б) – визначення натуральних величин сторін трикутників; в) - розгортка заданої поверхні.

Проводимо ряд твірних та апроксимуємо ділянку поверхні між суміжними твірними відсіками площин. Натуральні величини сторін трикутників визначаємо методом прямокутного трикутника (рисунок 14.7б). Будуємо розгортку заданої поверхні (рисунок 14.7в).

Якщо здійснити пропорційний поділ напрямних (пряма 1-4 та дуга 5-8), то одержана поверхня називається поверхнею з пропорційною розбивкою напрямних.

Тест для поточного контролю

1 На яких кресленнях зображені розгортні поверхні (рисунок 14.8)?

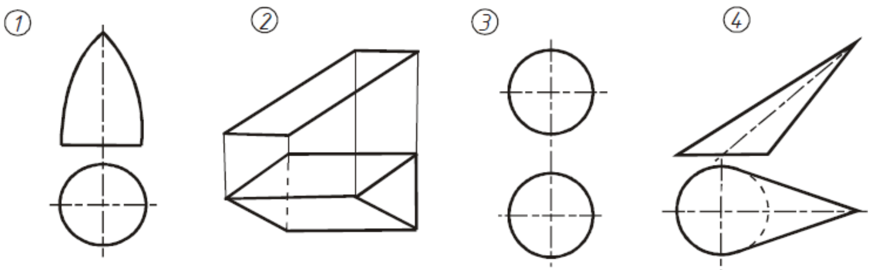


Рисунок 14.8 – Епюри поверхонь

2 На якому кресленні правильно побудована розгортка піраміди ABCS (рисунок 14.9)?

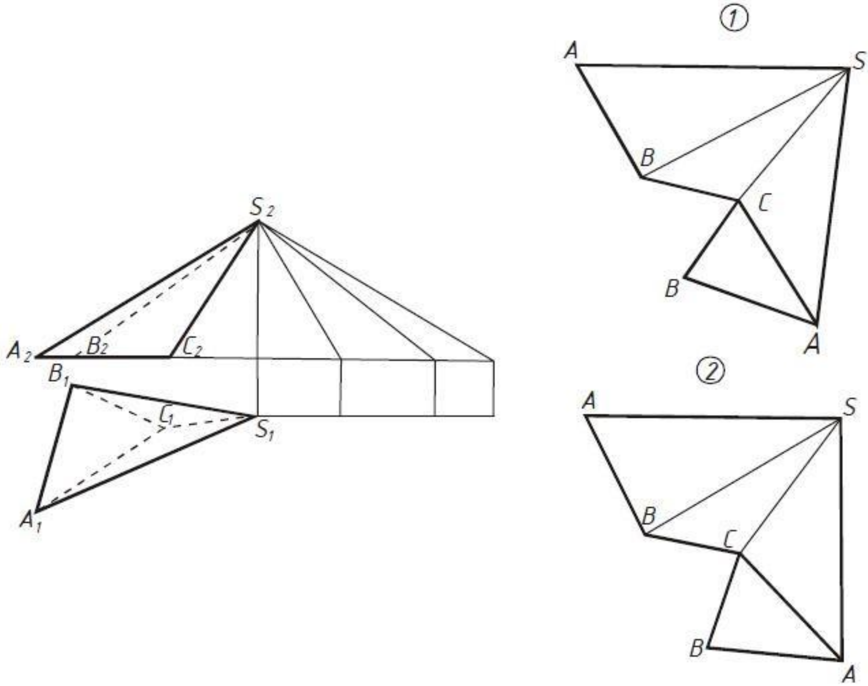


Рисунок 14.9 – Розгортки піраміди

3 Для яких поверхонь під час побудови розгортки доцільно застосувати спосіб нормального перерізу (рисунок 14.10)?

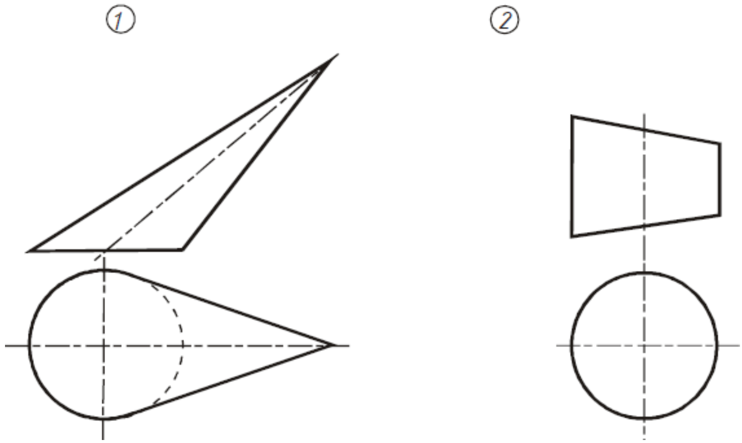


Рисунок 14.10 – Епюри поверхонь

15 ПРОЕКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ

15.1 Основні положення ГОСТ 2.305-68

Згідно ГОСТ 2.325-68 зображення предметів, виробів або їх складових частин слід виконувати за методом прямокутного проекціювання.

При цьому предмет припускається розташованим між спостерігачем та відповідною площиною проекцій. Зображення на кресленні залежно від їх змісту. Діляться на види, розрізи, перерізи. Зображення на фронтальній площині проекцій приймається на креслені, як головне. Предмет розташовують відносно фронтальної площини проекцій так, щоб зображення на ній давало найбільш повне уявлення про форму та розміри предмета. Кількість зображень (видів, розрізів, nерерізів) повинна бути мінімальною, але забезпечувати при цьому повне уявлення про предмет при застосуванні установлених у відповідних стандартах умовних позначень, знаків та надписів.

15.2 Види

Згідно ГОСТ 2.325-68 видом називається зображення повернeної до спостерігача видимої частини поверхні предмета. З метою зменшення кількості зображень допускається на видах показувати невидимі частини поверхні предмета за допомогою штрихових ліній (рисунок 15.1).

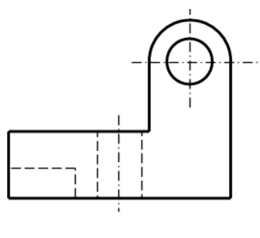


Рисунок 15.1- Зображення невидимих частин поверхні предмету

Установлені наступні назви видів, отриманих на основних площинах проекцій (основні види, рисунок 15.2).

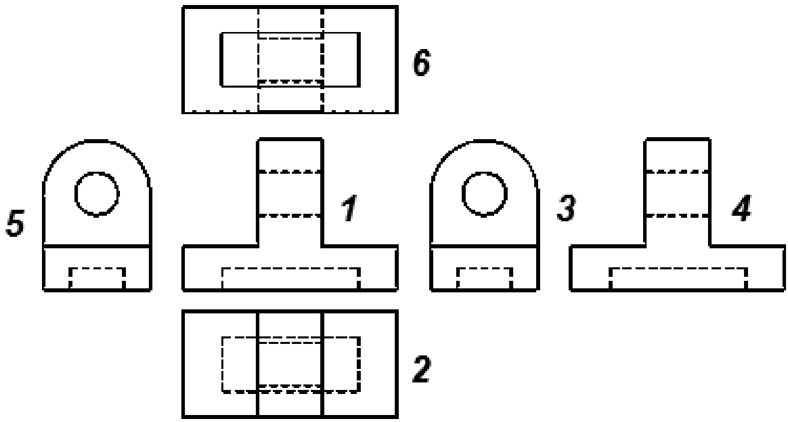


Рисунок 15.2 - Основні види

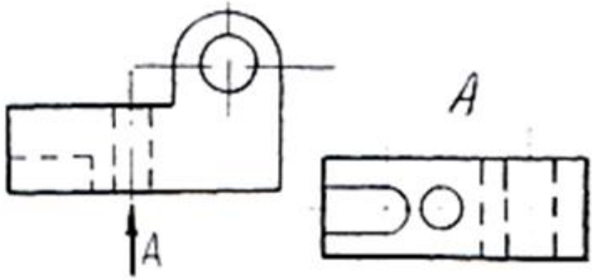
1– вид спереду (головний вид); 2– вид зверху; 3– вид зліва; 4– вид с заду; 5– вид справа; 6– вид знизу.

Якщо будь-яку частину предмета неможливо показати на основних видах без спотворення його форм та розмірів, то застосовують додаткові види, які отримують на площині, не паралельній основній площині проекцій.

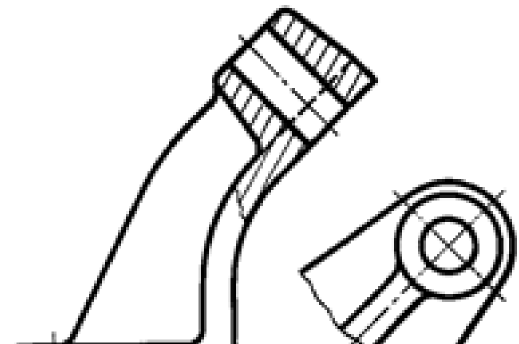
Додатковий вид має бути відміченим на кресленні написом типу А (рисунок 15.3а), а у зв'язаного з додатковим видом зображення предмета мае бути поставлена стрілка, яка вказує напрям погляду, з відповідно літерним позначенням (стрілка А, рисунок 15.3а).

Коли додатковий вид розташований у безпосередньому проекційному зв'язку з відповідним зображенням, то стрілку з написом над видом не наносять (рисунок 15.3б).

Додатковий вид допускається повертати, але зі зберіганням як правило, положення, прийнятого для даного предмета на головному зображенні; при цьому до напису має бути додано (рисунок 15.4а)



а)



б)

Рисунок 15.3 - Додаткові види:

а) - вид знизу; б) – у безпосередньому проекційному зв'язку.

Зображення окремого обмеженого місця поверхні предмета називається місцевим видом (рисунок 15.4). Місцевий вид може бути обмеженим лінією обриву, по можливості в найменшому розмірі , або не обмеженим. Місцевий вид повинен бути відзначеним на кресленні подібно додатковому виду.

Співвідношення розмірів стрілок, які указують напрям погляду, повинно відповідати приведеним на рисунку 15.4.

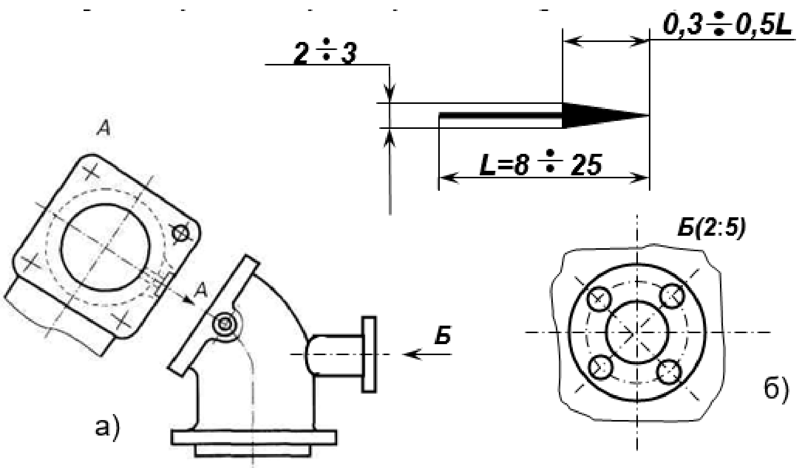


Рисунок 15.4 - Допоміжний та місцевий види:
а) – дадатковий вид; б) – місцевий вид.

15.3 Визначення розрізу. Прості розрізи

Розріз – зображення предмета, який умовно перетнуто площиною (або декількома площинами), при цьому перетин предмету умовно відноситься тільки до даного розрізу та не викликає зміни інших зображень того ж предмету. На розрізі показують те, що отримується в січній площині та що розташовано за нею (рисунок 15.3).

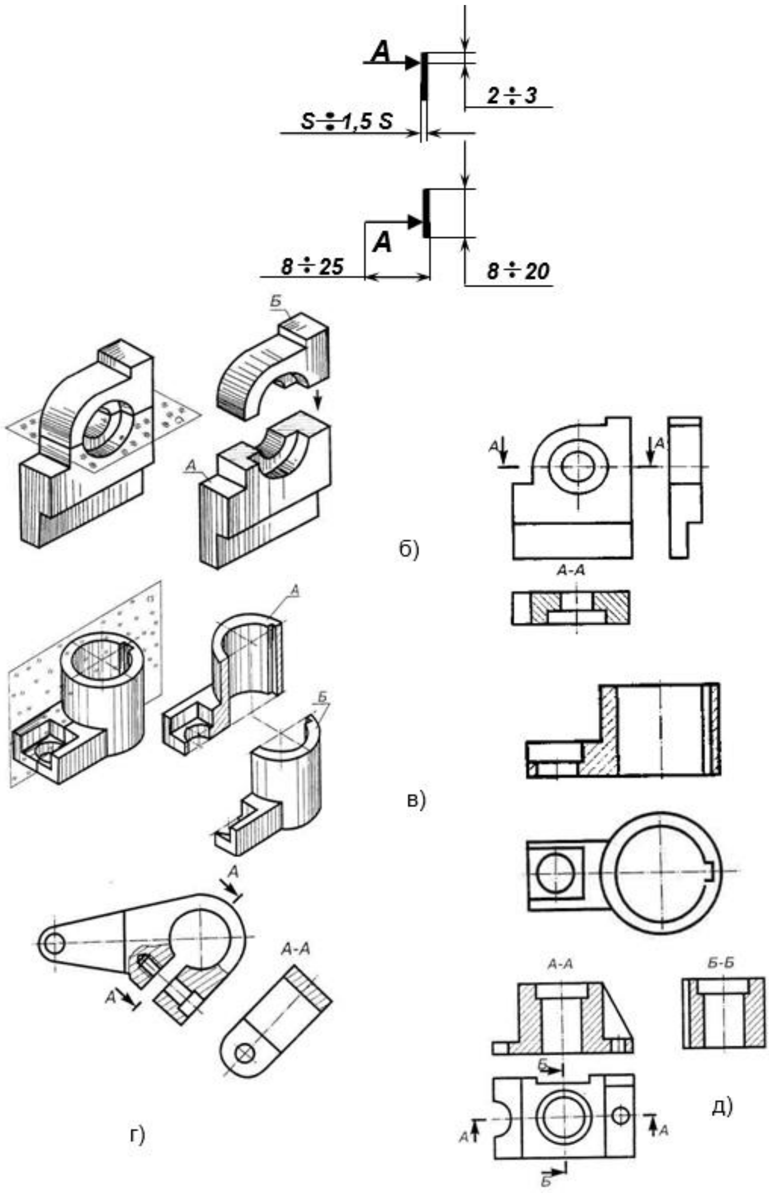


Рисунок 15.3 - Прості розрізи:

а) – розташування стрілок при вертикальному розрізі; б)– горизонтальний розріз; в)– вертикальний розріз; г)– похилий розріз; д – фронтальний і профільний розрізи

Допускається зображати не все, що розташовано за січною площиною, якщо це не потрібно для розуміння конструкції предмету.

Розрізи розділяються залежно від положення січної площини відносно горизонтальної площини проекцій на: горизонтальні – січна площина паралельна горизонтальній площині проекцій (наприклад, розріз А–А, рисунок 15.3б); вертикальні - січна площина перпендикулярна до горизонтальної площини проекцій (рисунок 15.3в); похилі – січна площина складає з горизонтальною площиною проекцій кут, що відрізняється від прямого (рисунок 15.3г).

Вертикальний розріз називається фронтальним, якщо січна площина паралельна фронтальній площині проекцій.

Вертикальний розріз називають профільним, якщо січна площина паралельна профільній площині проекцій.

Залежно від числа січних площин розрізи розділяються на:

прості – при одній січній площині (рисунок 15.3);

складні - при двох та більше січних площинах.

На початку і на кінці ліній перетину, а у випадку необхідності та у місцях перетинів вісі лінії ставиться одна і та ж прописна літера українського алфавіту. Літери наносять біля стрілок, які указують напрям погляду, та в місцях перетину.

Розріз, який слугує для вияснення змісту предмета лише в окремому, обмеженому місці, називається місцевим.

Місцевий розріз виділяється на виді суцільною волнистою лінією (рисунок 15.4), або сполошною тонкою лінією зі зламами (рисунок 15.5). Ці лінії не повинні співпадати з якими-небудь другими лініями зображення.

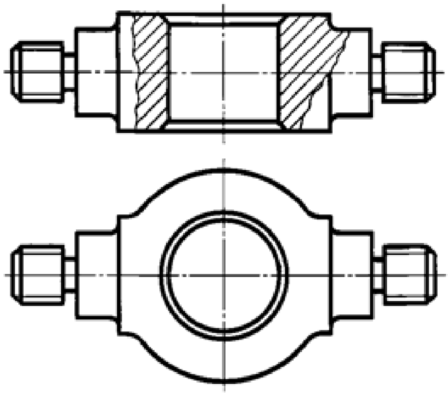


Рисунок 15.4 – Місцевий розріз

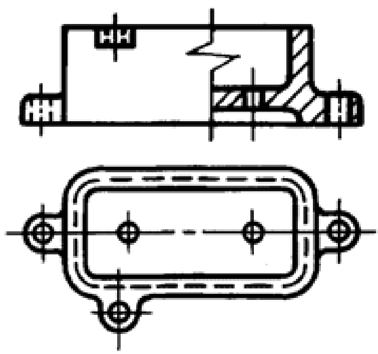


Рисунок 15.5 - Місцевий розріз

Якщо при цьому з'єднуються половина виду і половина розрізу, кожен із яких є симетричною фігурою, то лінією, яка їх розділяє, слугує осьова лінія (рисунок 15.6).

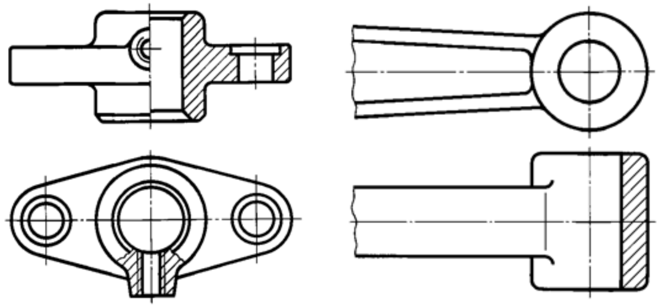


Рисунок 15.6 – З’єднання половина виду і половина розрізу

15.4 Перерізи

Переріз - зображення фігури, який отримуємо при уявному перетині предмета площиною або кількома площинами (рисунок 15.7). На перерізі показують тільки те, що знаходиться у січній площині.

Перерізи, які не входять до складу розрізу, розділяються на винесені (рисунок 15.7а) та накладені (рисунок 15.7в). Винесені перерізи допускається розташовувати у розрізі між частинами одного и того ж виду (рисунок 15.76).

Для контуру винесеного перерізу, а також перерізу, який входить до складу розрізу, повинна застосовуватися суцільна основна лінія, а для контуру накладеного перерізу – суцільна тонка лінія, причому контур зображення у місці розташування накладеного перерізу не переривається. Лінія перерізу, яка збігається з віссю симетрії винесеного або накладеного перерізу, указується штрих пунктирною тонкою лінією без позначення літерами та стрілками.

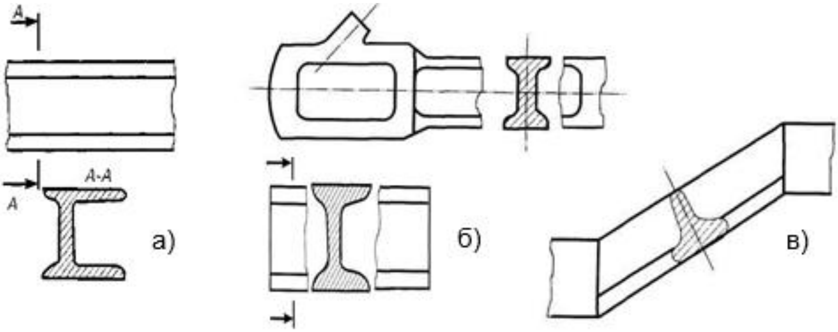


Рисунок 15.7 - Перерізи:
а) – винесений переріз; б) –винесений переріз у розрізі між частинами одного и того ж виду ;
в) - накладений переріз.

У випадках, подібних вказаним на рисунку 15.7 при симетричній фігурі перерізу лінію перерізу не проводять. В усіх інших випадках для позначення лінії перерізу застосовують розімкнену лінію із виказанням стрілками напряму погляду та позначають її однаковими прописними літерами українського алфавіту, а сам переріз супроводжують надписом по типу ***А–А*** – двома літерами через тире.

Для кількох однакових перерізів, які відносяться до одного й того ж предмета, слід лінію перерізу позначати однаковою літерою та викреслювати один переріз (рисунок 15.8.а,б).

Якщо січна площина проходить перпендикулярно осі поверхні обертання, яка обмежує отвір або поглиблення, то контур отвору та поглиблення показують повністю (рисунок 15.8.в).

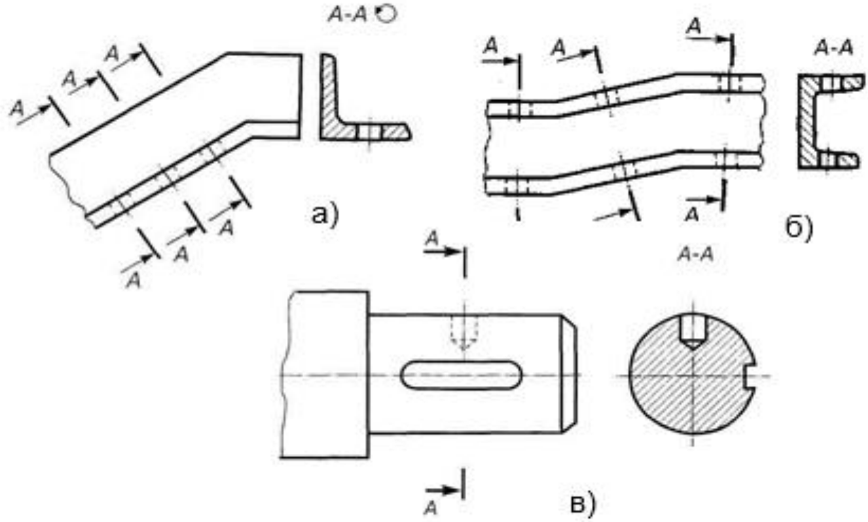
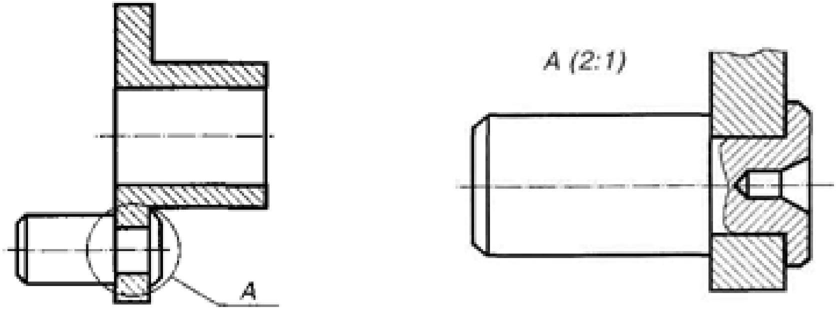


Рисунок 15.8 - Однакові перерізи:

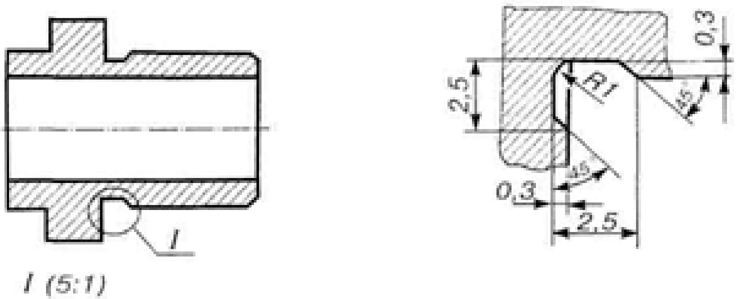
а) – позначення і виконання кількох однакових перерізів;
б) - позначення і виконання кількох однакових перерізів;
в) – приклад перерізу, коли січна площина проходить перпендикулярно осі поверхні обертання

15.5 Виносний елемент

Виносний елемент - додаткове окреме зображення (звичайно збільшене) будь-якої частини предмету, яка вимога графічного та інших пояснень у відношенні до форми, розмірів та інших, даних (рисунок 15.9а). Виносний елемент може утримувати подробиці, не вказані на відповідному зображенні та може відрізнятися від нього за змістом (наприклад, зображення може бути видом, а виносний елемент розрізом та навпаки). (рисунок 15.9 б).



а)



б)

Рисунок 15.9 - Виносний елемент:
а) – збільшене зображення; б) - збільшене зображення з додатковою інформацією.

15.6 Умовності та спрощення

1 Якщо вид, розріз або переріз с зображеннями симетричної деталі, то допускається викреслювати не набагато більше половини зображення з проведенням лінії обриву (рисунок 15.12) або половину зображення без проведення лінії обриву. На місці головного виду доцільно розташувати з'єднання виду з розрізом; це надає можливість показати видимим ребро чотирикутної призми.

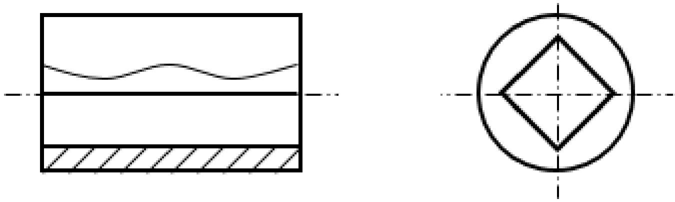


Рисунок 15.12 - З'єднання виду з розрізом

2 Якщо деталь має декілька однакових, рівномірно розташованих елементів, то на її зображені повністю показують один-два таких елемента, а останні елементи показують спрощено та умовно (рисунок 15.11); зуби, які потрапляють до

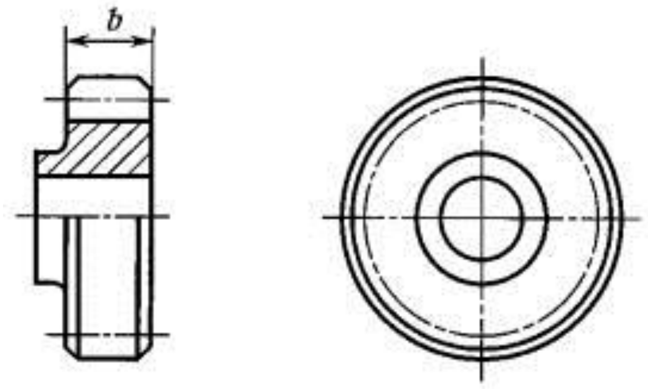


Рисунок 15.11 – Зображення зубчатого колеса

розрізу на зображенні не штрихують, коло западин зуб'ів проводять суцільною тонкою лінією; число зубів z записують на полі креслення або у спеціальній таблиці.

3 При наявності у деталі кількох однакових отворів один з них показують повністю; для останніх проводять тільки центрові лінії, які необхідні для

нанесення розмірів (рисунок 15.4а). Число отворів вказують на поличці лінії - виноски перед розміром діаметра отвору, слово "отвір" пишуть скорочено, наприклад: 4 отв. ∅12.

4 Такі деталі як гвинти, заклепки, понки, не пустотілі вали та шпинделі, шатуни, рукоятки і .ін. при поздовжньому розрізі показують не перерізаними.

5 Такі елементи, як спиці маховиків, ківів, зубчастих коліс, тонкі стінки типу ребер жорсткості (рисунок 15.10) та інші показують не заштрихованими, якщо січна лощина направлена вздовж осі або довгої сторони такого елемента.

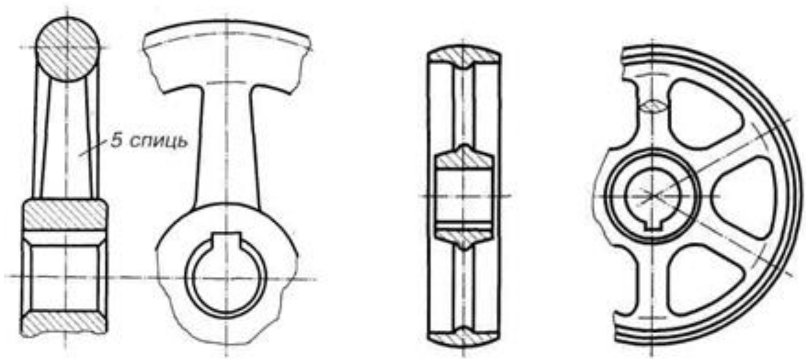


Рисунок 15.10 - Зображення спиць

6 Допускається незначна конусність або уклін зображати зі збільшенням.

7 На кресленні допускається спрощено зображати проекції лінії перетину поверхонь, якщо не потрібно точної їх побудови (якщо, наприклад, по кресленню не будується розгортка поверхні). У цих

випадках лекальні криві замінюють ланками кіл або прямими лініями.

15.7 Складні розрізи. Положення ГОСТ 2.305-68

Залежно від кількості січних площин розрізи розділяються на прості – при одній січні площині; складі – при двох та більше січних площинах.

Складні розрізи бувають ступінчастими, якщо січні площини паралельні (ступінчастий розріз А-А, рисунок 15.13) та ламаними, якщо січні площини перетинаються (рисунок 15.14).

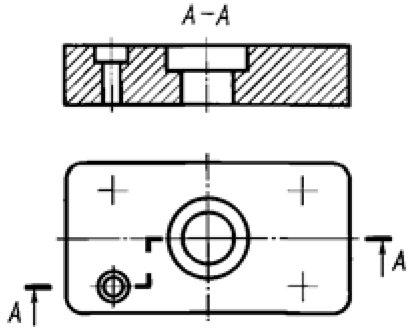


Рисунок 15.13 - Ступінчатий розріз

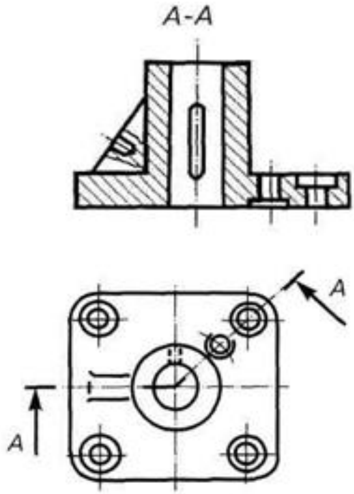


Рисунок 15.14 - Ламаний розріз

Розрізи називаються поздовжніми, якщо січні площини направлені уздовж довжини або висоти предмета, та поперечними, якщо січні площини направлені перпендикулярно до довжини. або висоти предмета. Положення січних площин слід указувати на кресленні лінією перерізу. Для ліній перерізу треба застосовувати розімкнену лінію.

При складному розрізі штрихи проводять також в місцях перегину лінії перетину. На початковому та кінцевому штрихах слід ставити стрілки, які указують напрям погляду; стрілки треба наносити на відстані 2-3 мм від кінця штриха. Початковий та кінцевий штрихи не повинні перетинати контур відповідного зображення.

На початку і на кінці ліній перетину, а у випадку необхідності та у місцях перегинів вісі лінії ставиться одна і та ж прописна літера українського алфавіту. Літери наносять біля стрілок, які указують напрям погляду, та в місцях перегину з боку зовнішнього кута. Розріз повинен бути позначеним написом ***А–А*** (завжди тільки двома літерами через тире).

При складних ламаних розрізах січні площини, як правило, умовно повертаються до сполучення з однією із площин. Якщо сполучені площини виявляться паралельними до однієї з основних площин проекції, то ламаний розріз може бути розміщеним на місці відповідного виду (розріз А-А, рисунок 15.13).

15.8 Приклад виконання складного розрізу.

Побудуємо три проекції деталі і виконаємо заданий ступінчатий розріз (рисунок 15.15).

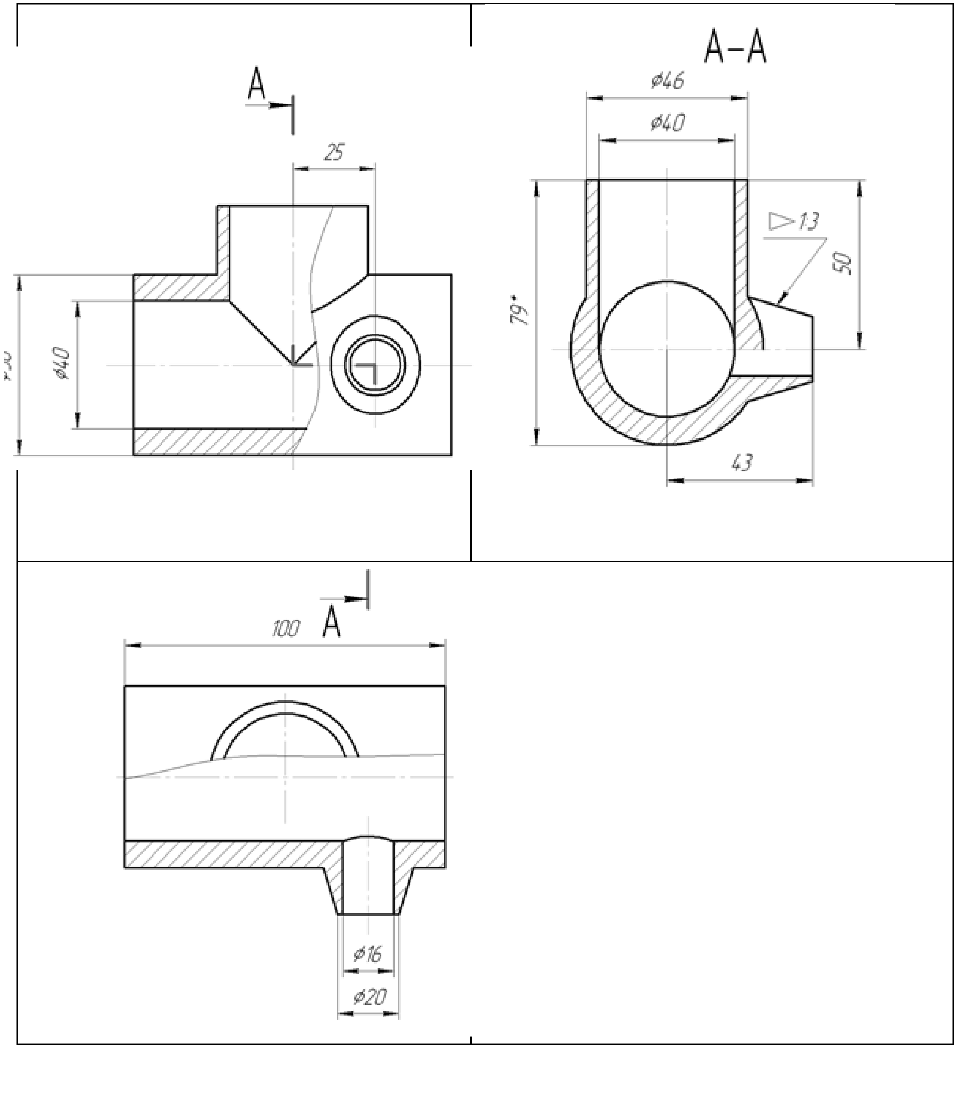


Рисунок 15.15 - Приклад виконання ступінчатого розрізу

Питання для поточного контролю

1. Що таке розріз?
2. Для якої мети застосовують розрізи?
3. Що таке повний розріз, простий і складний розрізи?
4. Який розріз називається горизонтальним? Вертикальним? Похилим?
5. Які бувають вертикальні розрізи?
6. Де можуть бути розташовані горизонтальний, фронтальний і профільний розрізи?
7. У якому випадку можна з’єднати половину виду з половиною розрізу?
8. У разі з’єднання половини виду і половини розрізу як необхідно виявляти зовнішнє або внутрішнє ребро, що співпало з віссю симетрії?
9. Як позначаються прості розрізи?
10. Якими є співвідношення розмірів стрілки, що вказує напрям погляду під час виконання перерізу і розрізу?
11. Коли простий розріз можна не позначати?

16 СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 ЕСКД. Основные положения. Москва. 1989 – 239с.

2 Годик Е.И. Техническое черчение /Е.И.Годик, В.М. Лысянский, В.Е.Михайленко, А.М. Пономарев // Учебник. 5-изд., перер. и доп. Киев: Висшая школа, 1983. – 440с.

3 Хаскин А.М. Черчение /А.М.Хаскин// Учебник. 4-е изд., перер.и доп. К: Вища школа. Головное изд-во, 1985. - 447с.

4 Попова Г.Н. Машиностроительное черчение: Справочник /Г.Н.Попова, С.Ю Алексеев.Л.// Машиностоение, Ленингр. Отд-ние, 1986. – 447с.

5 Федоренко В.И. Справочник по машиностроительному черчению /В.И.Федоренко, А.И. Шошин // 14-е изд. перер. и доп. Л.: М., Лен. отд-ние, 1983. – 416с.

6 Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя /В.И.Анурьев// В 3-х т. Т.1.–5-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1980.– 728с.

7 Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя /В.И.Анурьев// В 3-х т. Т.2. – 5-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1980. – 728с.

8 Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя. /В.И.Анурьев// В 3-х т. Т.3. – 5-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1980. – 728с.

Навчальне видання

ІВЖЕНКО Олександр Васильович
ПИХТЄЄВА Ірина Вікторівна
ГАВРИЛЕНКО Євген Андрійович
МАЦУЛЕВИЧ Олександр Евгенович
ЩЕРБИНА Віктор Михайлович
ХОЛОДНЯК Юлія Володимирівна
БОНДАРЕНКО Лариса Юрівна
МИХАЙЛЕНКО Олена Юрівна

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА КРЕСЛЕННЯ

Навчально-методичний посібник
для здобувачів вищої освіти закладів вищої освіти

Підписано до видання 26.06.2020.
Авт. арк. 5,32.

Видано
ПП Верескун, друкарня "Люкс"
72318, м. Мелітополь, ________________